

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université 20 Août 1955 de Skikda

Faculté des Sciences

Département de physique



Polycopié de cours de Physique II- Electricité

Domaine Sciences de la matière

Pour les étudiants de première année L1

Par

Dr. Samiha CHAGUETMI

2016/2017

AVANT- PROPOS

Conforme aux programmes officiels du LMD, ce polycopié de cours de physique II-électricité- s'adresse aux étudiants de première année de l'enseignement supérieur dans le domaine des Sciences de la Matière. Il est conçu de façon à aplanir au mieux les difficultés inhérentes au discours scientifique tout en conservant la rigueur nécessaire.

Le programme d'électricité du S2 se compose de trois grandes parties:

La première partie est consacrée à l'étude de l'électrostatique du vide, discipline qui étudie l'interaction entre elles, de particules immobiles chargées électriquement.

L'électrocinétique est abordée dans la deuxième partie. Cette discipline étudie les lois qui régissent la circulation du courant électrique.

La troisième partie porte sur l'électromagnétisme, qui étudie les interactions entre particules chargées en mouvement. L'ordre dans lequel ces parties ont été rédigées est justifié par le fait que l'électromagnétisme s'appuie constamment sur des notions acquises en électrostatique et en électrocinétique.

Chaque chapitre est illustré par des exercices qui constituent une application, à des problèmes concrets, des lois introduites dans le cours. La résolution de ces exercices permet à l'étudiant de vérifier s'il a bien assimilé le cours, d'estimer les ordres de grandeur et d'attacher de l'importance à l'analyse dimensionnelle aux unités de mesures et à la précision d'un résultat numérique.

PROGRAMME- Socle Commun L1 : Sciences de la Matière**Semestre: 2****UE : Fondamentale,****Matière: Physique 2/ Electricité****Objectifs de l'enseignement**

L'objectif de l'enseignement de cette matière est de fournir à l'étudiant les bases de l'Electricité et de l'électromagnétisme.

Connaissances préalables recommandées

Il est recommandé de maîtriser les mathématiques du S1 (Analyse & Algèbre 1).

Contenu de la matière:

- 1. Electrostatique (5 semaines) :** Charges et champ électrostatiques - Potentiel électrostatique - Flux du champ électrique – Théorème de Gauss - Dipôle électrique
- 2. Les conducteurs (2 semaines) :** Définition et propriétés des conducteurs en équilibre - Pression électrostatique - Capacité d'un conducteur et d'un condensateur.
- 3. Electrocinétique (5 semaines) :** Conducteur électrique - Loi d'Ohm - Loi de Joule - Circuits électriques - Application de la loi d'Ohm aux réseaux - Lois de Kirshoff.
- 4. Electromagnétisme (3 semaines) :** Définition d'un champ magnétique - Force de Lorentz - Loi de Laplace - Loi de Biot et Savart - Dipôle magnétique.

Mode d'évaluation : Continu : 33% Examen: 67%

Semestre	Code	Intitulé	Cours/semaine	TD/semaine	TOTAL
S2	Phys2	Electricité	2x1h30	1x1h30	4h30

TABLE DES MATIERES

AVANT- PROPOS	2
PROGRAMME	3
CHAPITRE I: ELECTROSTATIQUE	
I.1. Introduction.....	9
I. 1. 1. Electrification par frottement	9
I.1.2. Electrification par contact.....	9
I.1.3.Electrification par influence	10
I.2. La charge électrique.....	10
I.2.1. Quantification de la charge électrique	11
1.2.2. Principe de la conservation de la charge électrique	11
I.3. La Force Electrostatique	12
I.3.1. Loi de Coulomb	12
I.3.2. Le Champ électrique.....	14
I.3.2. 1.Définition.....	14
I.3.2. 2.Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle isolée	15
I.3.2.3. Champ créé par un ensemble de charges ponctuelles	15
I.3.2.4. Champ créé par une distribution continue de charges.....	16
I.3.2.5. Champ uniforme.....	16
I.3.3. Potentiel Electrique.....	17
I.3.3.1. Circulation d'un vecteur.....	17
I.3.3.2. Calcul du potentiel électrique.....	18
I.3.3.3. Potentiel électrique créé par plusieurs charges - Distribution de charges.....	19
I.3.4. Topographie du champ électrique.....	22
I.4. Travail et Energie	25
I.4.1. Travail de la force électrique	25

I.4.2. Energie potentielle	26
I.4.3. Energie interne d'une distribution de charges électriques.....	26
I.5. Le dipole électrique.....	27
I.5.1. Moment dipolaire électrique	27
I.5.2. Potentiel électrique créé par un dipôle	27
I.5.3. Calcul du champ électrique créé par un dipole	28
I.6. Théorème de gauss.....	29
I.6.1. Flux d'un vecteur à travers une surface	29
I.6.2. Vecteur excitation ou déplacement électrique.....	30
I.6.3. Théorème de Gauss	31
CHAPITRE II: CONDUCTEURS EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE	
II.1. Equilibre electrostatique.....	35
II.1.1. Champ électrique	35
II.1.2. Potentiel électrique.....	35
II.1.3. Répartition des charges	35
II.1.4. Champ au voisinage d'un conducteur: théorème de Coulomb	36
II.1.5. Pression électrostatique	38
II.1.6. Pouvoir des pointes	38
II.1.7. Conducteur creux	39
II.1.8. Capacité d'un conducteur	40
II.2. Phenomenes d'influence	41
II.2.1. Influence partielle	41
II.2.2. Influence totale.....	43
II.3. Condensateurs.....	44
II.3.1. Définition	44
II.3.2. Capacité d'un condensateur.....	45
II.3.3. Association de condensateurs	48

II.4. Energie.....	49
II.4.1. Energie électrostatique d'un conducteur.....	49
II.4.2. Energie électrostatique d'un ensemble de conducteurs en équilibre	50

CHAPITRE III: ELECTRODINAMIQUE

III.1. Courants électriques	52
III.1.1. Origine du courant électrique	52
III.1.2. Courant permanent.....	52
III.1.3. Sens conventionnel du courant	53
III.1.4. Intensité du courant	53
III.1.5. Vecteur densité de courant	53
III.1.6. Mouvement des électrons dans le vide	55
III.1.7. Mouvement des électrons dans un conducteur.....	55
III.2. Loi d'OHM	57
III.2.1. Loi d'Ohm à l'échelle macroscopique	57
III.2.2. Forme locale de la loi d'Ohm	57
III.2.3. Groupement de résistances	59
III.3. Effet joule.....	60
III.4. Générateurs électriques	60
III.4.1. Définition.....	60
III.4.2. Force électromotrice (f.é.m)	60
III.4.3. Générateur en charge	61
III.4.4. Association de générateurs	62
III.5. Récepteurs.....	63
III.5.1. Force contre électromotrice "f.c.é.m" d'un récepteur	63
III.5.2. Différence de potentiel "d.d.p" aux bornes d'un récepteur	64
III.6. Analyse d'un réseau électrique.....	64
III.6.1. Définitions	64

III.6. 2. Lois de Kirchhoff.....	65
CHAPITRE IV: ELECTROMAGNETISME	
IV.1. Champ magnétique	69
IV.2. Action d'un champ magnetique sur le mouvement d'une charge électrique.....	69
IV.2.1. Force de Lorentz.....	69
IV.2.2. Mouvement d'une particule dans un champ magnétique	70
IV.3. Action d'un champ magnetique sur un courant électrique	72
IV.3.1. Force de Laplace.....	72
IV.4. Champ magnetique crée par un courant.....	73
IV.4.1. Loi de Biot et Savart.....	73
IV.4.2. Champ créé par une spire circulaire en un point de son axe	75
IV.4.3. Dipôle magnétique.....	76
BIBLIOGRAPHIE	77

Chapitre I

ELECTROSTATIQUE

Nous avons étudié, en mécanique, l'interaction gravitationnelle qui intervient entre deux corps caractérisés par leurs masses. Nous allons considérer, dans ce qui suit, une autre interaction, l'interaction électrique, qui fait intervenir le concept de charge électrique. L'électrostatique est la partie de l'électricité qui ne fait intervenir que des charges fixes.

I.1. Introduction

I. 1. 1. Electrification par frottement

- Une tige en verre bien sèche, frottée à l'aide d'un morceau de drap en soie ou en laine, tenue à la main, attire de petits morceaux de papier (figure I.1.a). On dit que le verre a été *électrisé*, ce phénomène est appelé *électrification* et la discipline de la physique qui traite de tels phénomènes est l'*électricité*.

- On obtient le même résultat si on remplace la tige en verre par un bâton d'ébonite (caoutchouc durci par mélange avec du soufre) et si on répète la même opération (figure I.1.b).

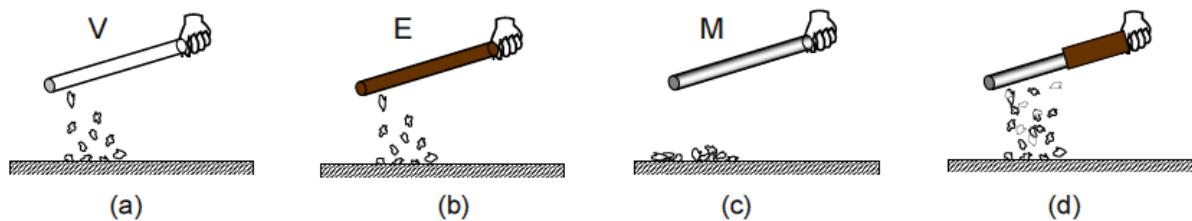


Figure I.1. Electrification par frottement

- Si on essaie d'électriser, comme précédemment, une tige métallique, en cuivre par exemple, on n'obtient aucun résultat (figure I.1.c). La tige en métal, tenue à la main, n'exerce aucune force sur les morceaux de papier.

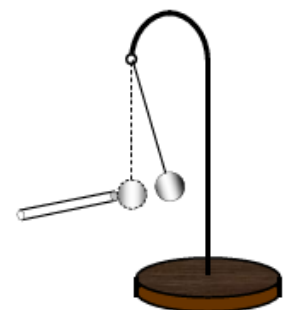
- Par contre si on tient, par l'intermédiaire d'un manche en bois, la tige métallique électrisée, on constate que des forces d'attraction se produisent sur toute la surface du métal (figure I.1.d).

I.1.2. Electrification par contact

On constitue, à présent, un pendule électrostatique en au fil de soie une boule de polystyrène recouverte d'une matière conductrice. Celle-ci est initialement neutre. Approchons une tige en verre, électrisée par frottement, de la boule jusqu'au contact.

On constate que la boule est repoussée sous l'effet de son interaction avec la partie électrisée de la tige (figure I.2).

Cette expérience montre que lorsqu'un corps A, initialement neutre, est mis en contact avec un objet B portant une charge q , cette charge se répartit entre A et B. Les deux charges q_A et q_B , obtenues après électrisation



**Figure I.2
Electrification par contact**

par contact, sont de même signe: il en résulte une répulsion.

I.1.3. Electrification par influence

Approchons une tige en verre électrisée de la boule B initialement neutre, sans la toucher. Nous constatons que la boule est attirée par la tige, comme l'illustre la figure I.4. La boule a été électrisée par influence. Lorsqu'on éloigne la tige électrisée, le pendule reprend sa position initiale. Le phénomène d'influence sera étudié au chapitre II.

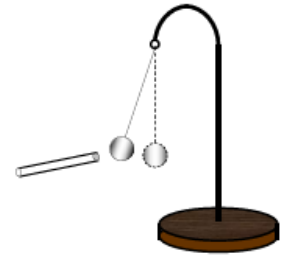


Figure I.3. Electrification par influence

Il existe d'autres modes d'électrification. Par exemple, on peut électriser un corps, initialement neutre, en le reliant à une borne d'un générateur électrique.

I.2. La charge électrique

La charge électrique, qui caractérise le phénomène d'électrification, ne peut être dissociée de la matière. Elle existe sous deux formes, qualifiées de *positive* et de *négative*.

Les expériences précédentes permettent d'énoncer la loi suivante:

*Deux charges électriques de même signe positif ou négatif, se repoussent;
par contre elles s'attirent si elles sont de signes contraires.*

Le concept de charge ponctuelle: Comme pour la masse, on introduit le concept de charge ponctuelle. C'est une charge dont les dimensions sont suffisamment petites par rapport aux distances d'observation pour être assimilée à un point géométrique.

La charge électrique est une grandeur mesurable: Une grandeur physique est mesurable lorsqu'on sait définir le rapport de deux grandeurs G_1 et G_2 de son espèce.

$$K = \frac{G_1}{G_2}$$

où k est une constante.

Soit une charge Q_1 placée en un point P de l'espace ; en un point M, qui se trouve à une distance d de P, on place une autre charge q et on mesure l'intensité de la force F_1 qui s'exerce sur q de la part de Q_1 . On remplace Q_1 par une autre charge Q_2 et on mesure la force F_2 que subit la charge test q . Ces forces ont toutes la même direction. L'expérience montre que:

Une charge électrique est proportionnelle au module de la force qu'elle crée en agissant sur une même charge test placée en un même point.

On trouve

$$K = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

Quelle que soit la charge Q le rapport k reste constant. La charge électrique est donc une grandeur mesurable. Parmi toutes les charges Q , on en choisit arbitrairement une comme unité de mesure U , et on exprime toutes les autres charges en fonction de U sous la forme :

$$Q = k U$$

k est la mesure de Q avec l'unité choisie U . Dans le système d'unités M.K.S.A (mètre, kilogramme, seconde, ampère) l'unité de la charge électrique est le *coulomb* dont le symbole est C.

1.2.1. Quantification de la charge électrique

Le physicien américain Robert A. Millikan a montré en 1913, à partir d'une expérience mettant en jeu des gouttes d'huile électrisées, le fait que toute charge électrique q est quantifiée, c'est à dire qu'elle n'existe que sous forme de multiples d'une charge élémentaire indivisible e :

$$q = Ne$$

où : $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ coulomb (C'est la charge électrique portée par l'électron et le proton).

1. 2.2. Principe de la conservation de la charge électrique

Lors des expériences précédentes, quand on frotte la tige de verre avec un morceau de drap, la tige de verre acquiert une charge positive, mais en même temps le morceau de drap prend une charge égale et opposée. Dans le système formé par la tige et le drap, la quantité de charge électrique reste constante. Les charges négatives arrachées au verre se retrouvent dans le morceau de drap.

Ce phénomène résulte d'un principe général, c'est le Principe de conservation de la charge électrique: Dans un système isolé la somme algébrique des charges électriques reste constante.

I.3. La Force Electrostatique

I.3.1. Loi de Coulomb

Coulomb a effectué, en 1785, une série de mesures, à l'aide d'une balance de torsion, qui lui ont permis de déterminer les caractéristiques de la force d'interaction électrostatique entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 séparées par une distance r .

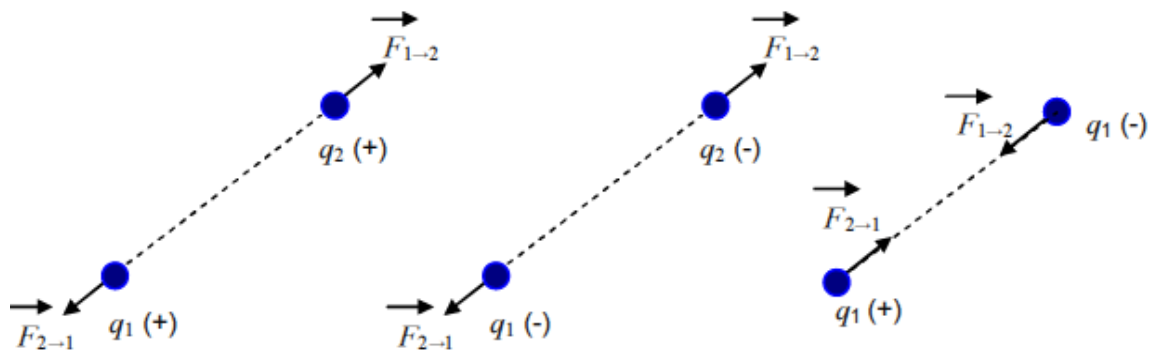


Figure. I.4

Ces expériences ont mis en évidence une analogie avec la loi de la gravitation universelle de Newton, Coulomb a alors proposé l'expression mathématique:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{U}_{1 \rightarrow 2}$$

$\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ désigne la force exercée par la charge q_1 sur la charge q_2 et $\vec{U}_{1 \rightarrow 2}$ un vecteur unitaire porté par la droite qui joint les deux charges et orienté de q_1 vers q_2 (figures I.4). K une Constante. $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ Selon le système MKSA, on attribua à cette constante la valeur :

$$K = 1/4\pi\epsilon_0, \epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^9}$$

ϵ_0 est la permittivité électrique du vide. Elle est mesurée, dans ce système, en farad par mètre (F/m).

La force électrostatique est *répulsive* si les charges sont de même signe, et *attractive* si elles sont de signes opposés (figures I.4), alors que la force de gravitation est purement attractive.

La loi de Coulomb est une loi empirique (Une loi empirique est obtenue à partir d'observations et d'expériences, mais elle n'est pas démontrée théoriquement), elle est à la base de l'électrostatique.

Remarque: La loi de Coulomb obéit au modèle newtonien. Dans ce modèle, la force d'interaction, présente les caractéristiques suivantes:

- 1- Elle s'exerce sur des objets de même nature, ici des charges électriques.
- 2- Elle agit suivant la droite qui joint les deux objets.
- 3- Elle est proportionnelle au produit des grandeurs liées aux objets considérés : q_1 et q_2 .

Exemple : Calculer le rapport des deux forces qui interviennent dans ce mouvement: La force électrostatique F_E et la force de gravitation F_G , on donne:

La charge électrique du proton est $+e$ et sa masse $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg,

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $r = 5,3 \times 10^{-11}$ m

Solution: Calculons les modules des deux forces d'interaction qui interviennent ici:

$$F_E = K \frac{e^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_G = \frac{m_e m_p}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 3,6 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

Le rapport de ces deux forces : $\frac{F_E}{F_G} = 0,23 \cdot 10^{40}$ **est très grand.**

Par conséquent dans tous les problèmes d'électricité les interactions gravitationnelles seront négligées devant les forces d'origine électromagnétique.

I.3.2. Le Champ électrique

Dans le cas de deux charges électriques, chacune des charges exerce sur l'autre une force dont l'expression mathématique est donnée par la loi de Coulomb. En vertu du principe de l'action et de la réaction de Newton, la seconde charge exerce sur la première une force égale et opposée. Ainsi les deux charges jouent le même rôle. En outre, cette interaction est, comme nous l'avons vu précédemment, instantanée.

Avec le concept de champ, le problème est posé d'une façon différente.

Une charge électrique Q , appelée "charge source", crée, dans l'espace environnant, appelé "champ", un "état" qui est mis en évidence par son action sur toute autre charge q placée en un point M de cet espace. Cet "état" existe même en l'absence de la charge q . Les charges Q et q ne jouent plus ici le même rôle : Q est la charge source du champ qu'elle crée et q la charge dont le comportement, dans ce champ, sera étudiée.

I.3.2. 1. Définition:

En électrostatique:

On appelle champ électrique une région de l'espace où, en tout point, une charge q , maintenue immobile, est soumise à l'action d'une force électrique.

On introduit alors une grandeur vectorielle \vec{E} telle que:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Cette grandeur \vec{E} est également appelée *champ électrique*.

De la même manière en mécanique, si au voisinage de la terre, où règne le champ de la pesanteur \vec{g} , on place une masse m , elle sera soumise à la force de gravitation qui, dans ce cas, n'est autre que son poids.

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

On peut noter l'analogie entre le champ électrique \vec{E} et le champ de gravitation \vec{g} créé par la terre. Seulement \vec{g} est toujours dirigé vers le centre de la terre alors que le sens du champ électrique dépend du signe des charges qui le créent (figures I.5). Dans le cas général:

On appelle champ une région de l'espace où, en tout point, une particule est soumise à l'action d'une force.

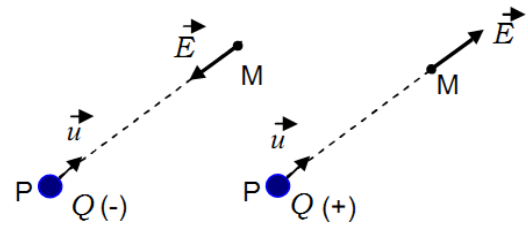
I.3.2. 2.Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle isolée

Dans le cas d'une seule charge source Q , la force qui s'exerce sur la charge test q est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = K \frac{Q q}{r^2} \vec{u}$$

On obtient l'expression du champ électrostatique:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$



Figures I. 5

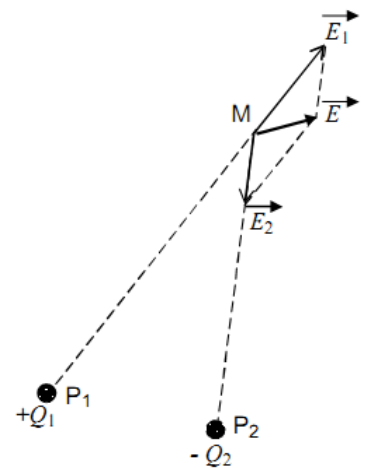
C'est l'expression mathématique du champ électrostatique créé, au point M, par la charge source Q placée en P.

Les figures I.5 montrent que le champ est orienté vers la charge lorsqu'elle est négative et en sens inverse lorsqu'elle est positive.

I.3.2.3. Champ créé par un ensemble de charges ponctuelles: Principe de superposition

On considère maintenant n particules de charges électriques Q_i , situées en des points P_i . On se propose de déterminer le champ électrostatique créé par cet ensemble de charges en un point M distant de r_i des points P_i .

Ce champ est obtenu par la superposition des champs créés par chaque charge Q_i . Chacun de ces champs est calculé comme si la charge source était seule.



Figures I. 6

Ce principe de superposition résulte des propriétés d'additivité vectorielle des forces et des champs électrostatiques. La figure I. 6

représente le champ créé par deux charges électriques en un point M de l'espace: c'est la somme vectorielle E des deux champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 créés respectivement par $(+Q_1)$ et $(-Q_2)$.

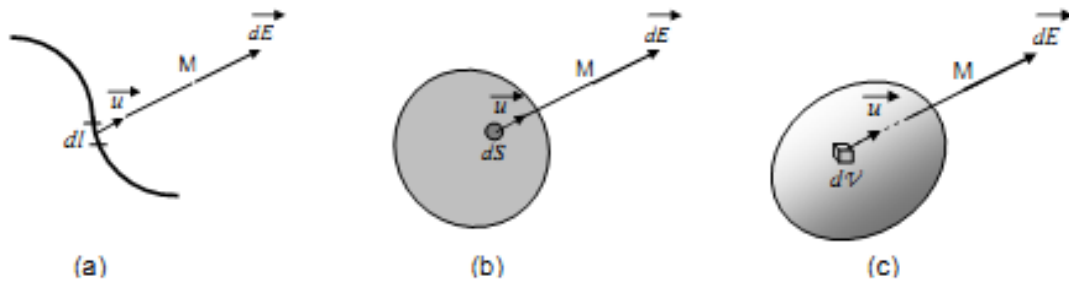
Dans le cas de n charges sources Q_i , le champ électrique résultant est:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

I.3.2.4. Champ créé par une distribution continue de charges

Lorsque la charge Q est répartie sur un fil avec une densité linéaire λ , chaque élément dl porte une charge $dQ = \lambda dl$, et crée un champ élémentaire:

$$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u} \quad \text{le champ créé par } Q \text{ est : } \vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}$$



Figures I. 7

Dans le cas d'une surface chargée avec une densité surfacique σ telle que $dQ = \sigma dS$, on trouve de la même façon:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{u}$$

De même dans le cas d'un volume V chargé avec une densité volumique ρ telle que $dQ = \rho dV$ on obtient:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}$$

dl , dS et dV désignent respectivement les éléments de longueur, de surface et de volume.

I.3.2.5. Champ uniforme

Un champ uniforme est une région de l'espace où le vecteur champ reste constant en tous les points de cette région.

Remarques:

1. Ce concept peut être généralisé à tous les vecteurs en introduisant des "champs de vecteurs". Par exemple, un champ de vitesses, un champ d'accélérations etc. Mais il

n'existe que deux champs de force: le champ de gravitation et le champ électromagnétique dont le champ électrique est une composante.

2. En physique classique, c'est-à-dire lorsqu'on ne tient pas compte des effets quantiques, une particule est caractérisée par sa masse m et sa charge électrique q . La masse est la source du champ de gravitation et la charge électrique crée le champ électromagnétique.

I.3.3. Potentiel Electrique

I.3.3.1. Circulation d'un vecteur

En mécanique nous avons défini le travail élémentaire dW d'une force \vec{F} le long d'un trajet infiniment petit $\overline{MM'} = \overline{dl}$ par le produit scalaire:

$$dW = \vec{F} \overline{dl} = F \cdot dl \cos \theta$$

Lorsque le trajet AB n'est plus un infiniment petit, le travail W de la force \vec{F} entre deux points A et B, est égal à la somme des travaux élémentaires dW .

A la limite, on passe à l'intégrale :

$$W = \int_A^B \vec{F} \overline{dl}$$

Dans le cas de la pesanteur, on sait que le travail de la force:

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

Ne dépend pas du chemin suivi et dépend que des valeurs de l'énergie potentielle E_{pA} et E_{pB} mesurées en A et B :

$$W = \int_A^B \vec{P} \overline{dl} = E_{pA} - E_{pB}$$

Par conséquent, le travail de cette force, le long d'un trajet fermé, est nul.

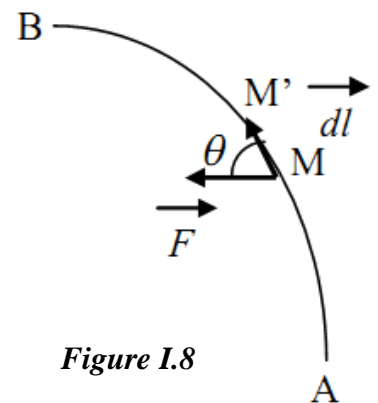


Figure I.8

La notion de travail W , qui concerne les forces, peut être étendue à tous les vecteurs en introduisant la *circulation* e d'un vecteur le long d'un trajet AB. La circulation élémentaire de d'un vecteur :

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

au cours d'un déplacement infiniment petit dl est définie par le produit scalaire:

$$de = \vec{A} \cdot \vec{dl}$$

Remarque: La circulation d'un vecteur, le long d'une courbe, est une notion mathématique introduite en analyse vectorielle.

I.3.3.2. Calcul du potentiel électrique

Calculons la circulation du vecteur champ électrique E , créé par une charge fixe Q , lors d'un déplacement élémentaire : $\overline{MM'} = \vec{dl}$

$$de = \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

En coordonnées polaires, l'expression du champ se limite à sa composante radiale, par conséquent :

$$de = E dr = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr$$

Or $\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr$ n'est autre que la dérivée de $-\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r}$ donc :

$$E dr = -d \left[\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r} \right]$$

Le vecteur \vec{E} dérive d'une fonction scalaire : $V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r} + C$

appelée *potentiel électrique*. Si l'on convient que le potentiel est nul à l'infini, la constante C s'annule ($C=0$), et on a :

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

On peut écrire: $\vec{E} \cdot \vec{dl} = -dV$ (*)

Soit : $E_x dx + E_y dy + E_z dz = -dV$

En analyse vectorielle on introduit le *gradient* l'expression (*) devient $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$

Ce résultat, trouvé dans le cas d'une seule charge source, est général:

► *Le champ électrostatique dérive d'un potentiel scalaire V.*

Ses composantes sont:

- **en coordonnées cartésiennes:**

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

- **en coordonnées cylindriques:**

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \qquad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

La circulation du champ électrostatique le long d'une courbe allant de A vers B est obtenue par l'intégration, entre ces deux points, du champ électrique. Elle est égale à la variation du potentiel électrique entre les positions A et B et ne dépend pas du chemin suivi. Elle est donnée par la relation :

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^B dV = V_A - V_B$$

Cette expression montre que:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

La circulation du champ électrostatique le long d'une courbe fermée quelconque est nulle.

NB: Le signe \oint signifie que la circulation est calculée le long d'un contour fermé.

I.3.3.3. Potentiel électrique créé par plusieurs charges - Distribution de charges

Comme pour le champ électrique, on applique le principe de superposition en raison de l'additivité algébrique des potentiels. Ainsi, le potentiel créé par n charges fixes $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, est:

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}$$

La circulation du champ électrostatique le long d'une courbe fermée quelconque est nulle. Cette expression montre que le potentiel électrostatique est, comme le champ, une fonction du point, calculée à partir des charges sources.

Lorsque la charge Q est répartie sur un fil avec une densité linéaire $\lambda = dQ/dl$ et dans le cas d'une distribution continue superficielle de charges $\sigma = dQ/dS$ ou d'une distribution volumique $\rho = dQ/dV$

on procède comme pour le calcul du champ et on obtient respectivement:

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\lambda}{r} dl \quad , \quad V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma}{r} dS \quad , \quad V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho}{r} dV$$

Exemple : Calcul du champ et du potentiel créés par une charge Q , portée par un disque plein de faible épaisseur, en un point M sur l'axe oz . La charge est uniformément répartie sur le disque. Soit $Q = \sigma S$ où σ représente la densité de charge superficielle et $S = \pi R^2$ la surface du disque.

➡ **Calcul du champ électrique**: On calcule le champ par la méthode directe en un point M d'ordonnée z :

Prenons un élément de charge $dQ = \sigma dS$ sur le disque, il crée au point M un élément de champ électrique :

$$\vec{dE}_1 = \frac{K dQ}{PM^2} \vec{u}$$

Tout plan contenant (oz) est plan de symétrie de la distribution, donc pour tout point M de (oz) , le champ électrique total $E(M)$ est porté par l'axe (oz) .

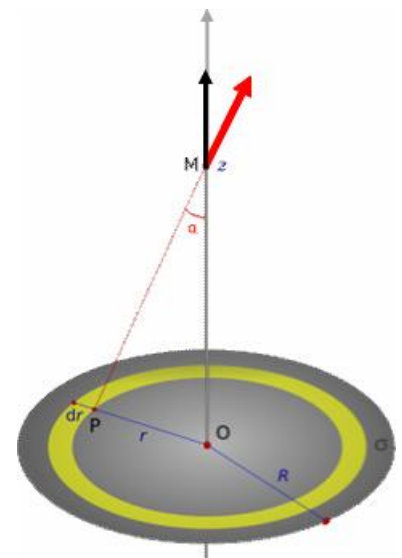


Figure I.9

Un bon choix de l'élément de surface peut simplifier considérablement le calcul du champ électrique créé par tout le disque.

On utilise, dans ce cas, comme élément de surface une couronne élémentaire de rayon r , d'épaisseur dr (figure I.9).

La surface de cette couronne est:

$$dS = 2 \pi r dr$$

Le champ électrique, créé par cette couronne élémentaire de charge, est, pour des raisons de symétrie, porté par l'axe \overrightarrow{OZ} . En un point M de \overrightarrow{OZ} on a:

$$dE = \frac{K \sigma dS}{PM^2} \cos\alpha$$

le champ électrique total au point M créé par le disque est $E(M) = \int dE$

Afin de prendre en compte toute la surface chargée du disque, on intègre suivant le rayon r entre 0 et R . Pour cela, on exprime tout en fonction de cette variable r :

Comme: $\cos\alpha = \frac{z}{PM}$ et $PM^2 = z^2 + r^2$

le champ total devient:

$$E = 2 \pi K \sigma z \int_0^R \frac{r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} z \left[\frac{1}{\sqrt{(z^2 + r^2)}} \right]_0^R$$

Avec le changement de variable $u = z^2 + r^2$ et $du = 2rdr$, on obtient:

$$E(z) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} z \left[-\frac{1}{\sqrt{(z^2+r^2)}} \right]_0^R \quad \text{ou encore : } E(z) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{(z^2+R^2)}} \right]$$

➤ Pour $z > 0$, $|z| = +z$ et on a: $E(z) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{(z^2+R^2)}} \right]$

➤ Pour $z < 0$, $|z| = -z$ et on a: $E(z) = -\frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[1 + \frac{z}{\sqrt{(z^2+R^2)}} \right]$

➡ **Calcul du potentiel électrique:** En utilisant la circulation du champ électrique le long de la ligne de champ (oz), nous avons:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E \cdot dz \Rightarrow V = - \int E(z) dz$$

Pour $z > 0$ et en utilisant l'expression du champ $E(z)$ avec le changement de variable

$u = z^2 + r^2$ et $du = 2rdr$, on obtient le potentiel:

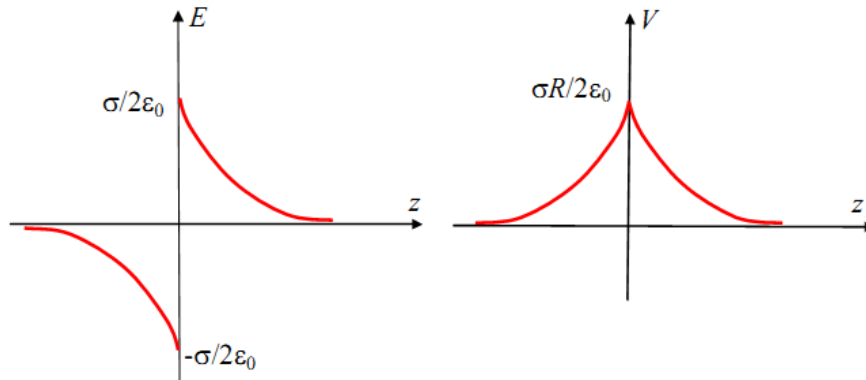
$$V(z) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[\sqrt{(z^2 + R^2)} - z \right] + C^{te}$$

De la même manière, pour $z < 0$, on obtient :

$$V(z) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[\sqrt{(z^2 + R^2)} + z \right] + C^{te}$$

Le calcul de la constante se fait en supposant que lorsque $z \rightarrow \infty$, on a $V=0$ et $C^{te} = 0$

On peut noter la continuité, au point $z = 0$, du potentiel et la discontinuité du champ.



Tracés des graphes de $E(z)$ et $V(z)$

Exercice (devoir à la maison): Reprendre, pour cette même distribution de charges, le calcul du potentiel électrique V par la méthode directe puis déduire l'expression du champ électrique.

I.3.4. Topographie du champ électrique

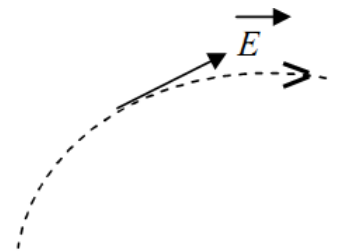
La présence de charges sources dans une région de l'espace modifie les propriétés électriques de celle-ci en créant, en chaque point M , un champ électrique. On introduit alors le concept de lignes de champ.

Le tracé de ces lignes donne une représentation spatiale du champ.

1. Ligne de champ

Une ligne de champ est une courbe orientée à laquelle est tangent, en chacun de ses points, le champ électrique.

L'orientation de cette ligne suit celle du champ électrique.



Les figures I.10 représentent les lignes de champ dues à une seule charge source Q . Si celle-ci est positive (+) le champ est dirigé de la charge vers l'extérieur. Si la charge est négative (-), le champ est dirigé de l'extérieur vers la charge.

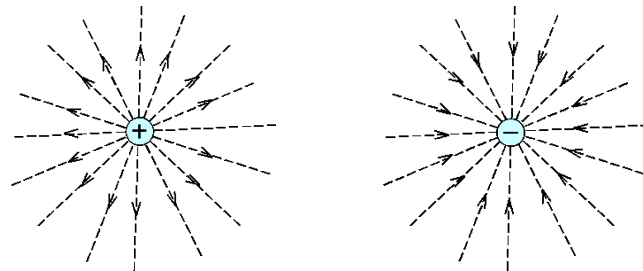


Figure I.10

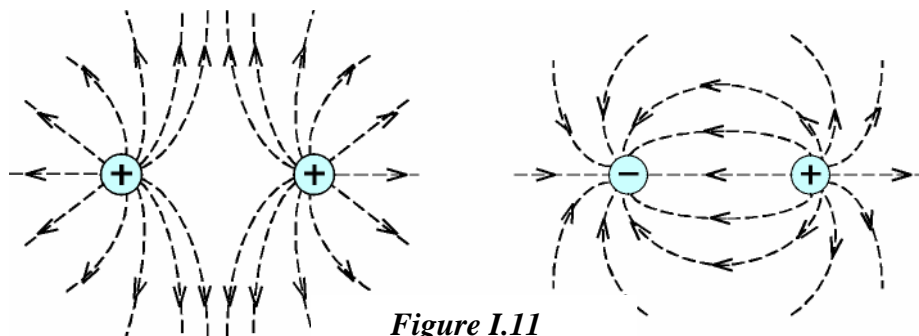


Figure I.11

Chaque charge source crée des lignes de champ telles qu'elles sont représentées sur les figures I.9. La mise en présence de deux charges, d'égale valeur, entraîne une déformation des lignes de champ et on obtient une nouvelle topographie (figures I.10). En chaque point, la ligne de champ est tangente au champ résultant.

2. Tube de champ

Un tube de champ ou tube de forces est une surface formée par des lignes de champ qui s'appuient sur une courbe fermée.

Si on limite le tube de champ par des sections terminales, il constitue une surface fermée.

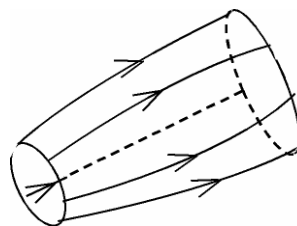


Figure I.12

3. Surface équipotentielle

On appelle surface équipotentielle, une surface S dont tous les points sont au même potentiel V.

- a. Les lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles qu'elles rencontrent.

En considérant un très petit déplacement $\overline{MM'} = \overline{dl}$ sur une surface équipotentielle (figure I.13) on trouve :

$$dV = -\vec{E} \cdot \overline{dl} = -\vec{E} \cdot \overline{MM'} = 0$$

Par conséquent \vec{E} est perpendiculaire à $\overline{MM'}$

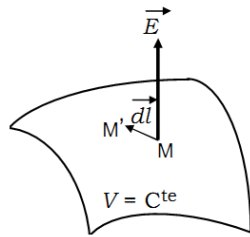


Figure I.13

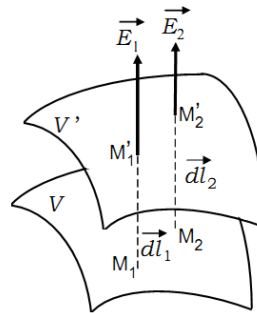


Figure I.14

- b. Le potentiel décroît le long d'une ligne de champ.
 c. En effet, un déplacement infiniment petit $\overline{MM'} = \overline{dl}$ dans le sens de \vec{E} sur la ligne de champ entraîne :

$$dV = -\vec{E} \cdot \overline{dl} = -\vec{E} \cdot \overline{MM'} = -|\vec{E}| \cdot |\overline{MM'}|$$

$$dV < 0 \Rightarrow V_{M'} < V_M$$

La ligne de champ est donc orientée du potentiel le plus élevé au potentiel le moins élevé.

- d. Le champ électrique est plus intense là où les équipotentielles sont les plus resserrées.

En effet, si l'on considère deux très petits déplacements (figure I.14)

$$\overline{M_1M_1'} = \overline{dl_1} \quad \text{et} \quad \overline{M_2M_2'} = \overline{dl_2}$$

On a:
$$dV = \vec{E}_1 \cdot \overrightarrow{M_1 M_1'} = -\vec{E}_1 \cdot \overrightarrow{dl_1} = -|\vec{E}_1| \cdot |\overrightarrow{dl_1}|$$

et
$$dV = \vec{E}_2 \cdot \overrightarrow{M_2 M_2'} = -\vec{E}_2 \cdot \overrightarrow{dl_2} = -|\vec{E}_2| \cdot |\overrightarrow{dl_2}|$$

et comme
$$|\overrightarrow{dl_1}| < |\overrightarrow{dl_2}| \Rightarrow |\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$

Dans le cas d'un champ uniforme les lignes de champ sont des droites parallèles et les surfaces équipotentielles sont des plans perpendiculaires à ces droites.

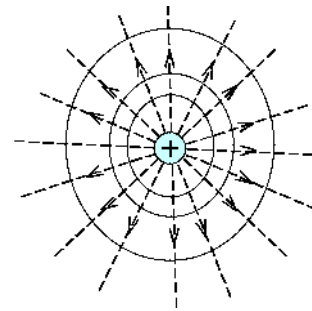
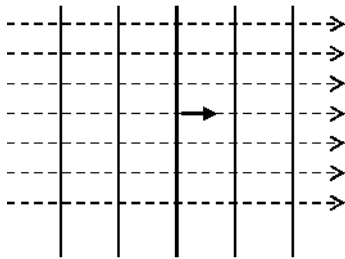


Figure I.15

Dans le cas d'une charge ponctuelle, les surfaces équipotentielles sont des sphères concentriques de centre O et les lignes de champ sont radiales (figures I.15).

I.4. Travail et Energie

I.4.1. Travail de la force électrique

On place une charge électrique q en un point de l'espace où règne un champ électrique \vec{E} . Elle est alors soumise à l'action d'une force électrique :

$$\overrightarrow{F} = q \vec{E}$$

Le travail de cette force lors d'un déplacement élémentaire \overrightarrow{dl} est :

$$dW = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl}$$

et, au cours d'un trajet AB, on a :

$$W = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl} = q \int_A^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = q (V_A - V_B)$$

Soit :
$$W_A^B = q (V_A - V_B)$$

Unités: Dans le système M.K.S.A. le travail est mesuré en *joule* et la charge en *coulomb*, et le potentiel en *volt*. Le champ électrique est alors mesuré en *volt par mètre*.

I.4.2. Energie potentielle

L'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ extérieur est définie comme le travail de la force électrostatique agissant sur la charge, pour un déplacement de celle-ci du point M, où elle est située et où le potentiel est V_M , à un point de référence R, où la charge n'est plus soumise à l'action du champ extérieur. En ce point, le potentiel est nul: $V_R=0$, Soit:

$$E_p(M) = \int_M^R \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_M^R \vec{F} \cdot d\vec{l} = q (V_M - V_R)$$

Or $V_R=0$ par conséquent $E_p(M) = q V_M$

La force de Coulomb est donc conservative et son travail entre deux points quelconques ne dépend pas du chemin suivi. Elle dérive d'une énergie potentielle $E_p(M) = qV + Cte$ et l'on écrit :

$$-dE_p(M) = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

I.4.3. Energie interne d'une distribution de charges électriques

L'énergie interne d'un système de deux charges est définie comme le travail fourni par un opérateur pour assembler les deux charges, initialement sans interaction. C'est l'énergie potentielle de la deuxième charge dans le champ de la première (ou l'énergie potentielle de la première charge dans le champ de la seconde).

Soient deux charges q_1 et q_2 placées respectivement aux points M_1 et M_2 distants de $M_1M_2 = r_{12}$. Afin de définir l'énergie interne du système des deux charges, on suppose que la charge q_1 placée en M_1 est fixe et que la charge q_2 se rapproche jusqu'en M_2 depuis une position infiniment éloignée.

Le travail que devrait fournir un opérateur pour rapprocher la charge q_2 jusqu'en M_2 sans variation d'énergie cinétique (c'est-à-dire très lentement) est donné par:

$$W_{op} = \int_{\infty}^{M_2} \vec{F}_{op} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty}^{M_2} \vec{F}_{1 \rightarrow 2} \cdot d\vec{l} = q_2 \int_{\infty}^{M_2} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}$$

$F_{1 \rightarrow 2}$ est la force électrostatique qu'exerce la charge q_1 sur la charge q_2 . Soit alors:

$$U = W_{op} = q_2 V_1 = \frac{K q_1 q_2}{r_{12}}$$

Cette dernière expression représente l'énergie interne du système des deux charges q_1 et q_2 .

I.5. Le dipôle électrique

I.5.1. Moment dipolaire électrique

Le dipôle électrique est constitué de deux charges égales et de signes contraires, $+q$ et $-q$, séparées d'une distance d . Celle-ci est très petite par rapport aux distances d'observation r .

$$d \ll r$$

Un dipôle est caractérisé par son *moment dipolaire électrique* ou *moment électrique*:

$$\vec{p} = q \vec{d}$$

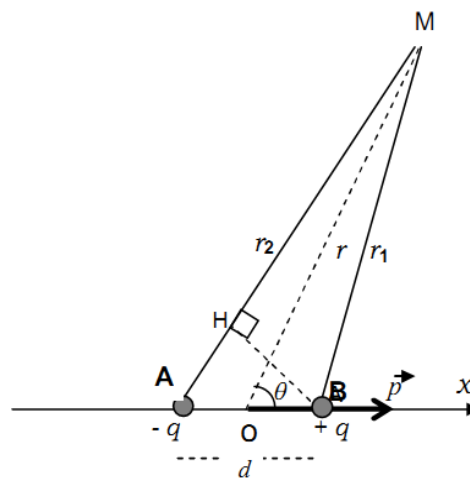


Figure I.16

Le moment électrique est orienté de la charge négative vers la charge positive.

I.5.2. Potentiel électrique créé par un dipôle

Calculons le potentiel V produit, par ce dipôle, en un point M situé à une distance r du milieu O du dipôle:

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} q \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} q \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}$$

Par définition $d \ll r$. Soit H la projection de B sur AM:

$$AH \approx d \cos \theta \approx r_2 - r_1$$

θ désigne l'angle formé par r et la direction du dipôle \vec{p} . Il est pratiquement égal aux angles θ_1 formé par \vec{p} et AM et θ_2 formé par \vec{p} et BM. D'autre part, on peut faire les approximations:

$$r_2 \neq r_1 \neq r$$

Par conséquent le potentiel créé en M, par le dipôle, est :

$$V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{P \cos\theta}{r^2}$$

I.5.3. Calcul du champ électrique créé par un dipôle

La relation entre le champ et le potentiel est :

$$dV = -\vec{F} \cdot \vec{dl}$$

soit en coordonnées polaires (figure I. 17):

$$dV = -(E_r dr + E_\theta r \cdot d\theta) = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) dr + \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) d\theta$$

On obtient les composantes du champ électrique en coordonnées polaires:

$$E_r = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_\theta = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{P \cos\theta}{r^3} \quad \text{et} \quad E_\theta = -\left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_r = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{P \sin\theta}{r^3}$$

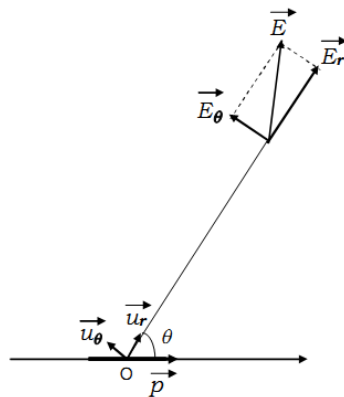


Figure I.17

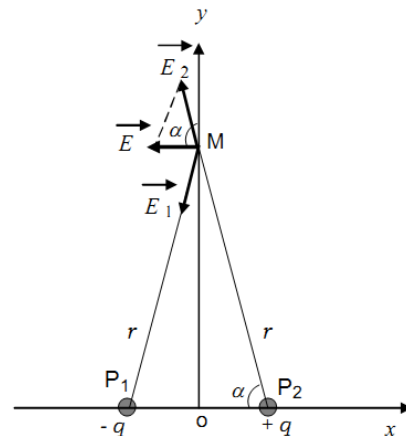


Figure.I.18

Exercice: Calculer directement le champ créé par un dipôle

- 1- en un point M' sur l'axe ox du dipôle.

2- en un point M situé sur l'axe oy perpendiculaire au dipôle en son milieu O

Solution: 1- Calcul du champ en M' sur l'axe ox:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{q}{(x-a)^2} - \frac{q}{(x+a)^2} \right] \vec{i} \quad \text{ou} \quad d = 2a$$

Après calculs et en négligeant a^2 devant r^2 on trouve : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{P}}{r^3}$

Calcul du champ en M sur oy : Les deux triangles isocèles MP_1P_2 et E_2EM , de la figure I.18 sont semblables. Donc

$$\frac{E}{E_2} = \frac{d}{r} \quad \text{et avec} \quad E_2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{on a :} \quad \vec{E} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{P}}{r^3}$$

Soit, en négligeant a^2 devant r^2 : $\vec{E} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{P}}{y^3}$

I.6. Théorème de gauss

I.6.1. Flux d'un vecteur à travers une surface

Une surface S réelle ou fictive peut être considérée comme constituée d'un grand nombre de surfaces élémentaires dS , chacune d'elles entoure un point M de l'espace. On considère un vecteur unitaire n_n porté par la normale à dS et on représente cet élément de surface par un vecteur : $\vec{dS} = dS \vec{n}$

Soit \vec{A} un vecteur quelconque fonction du point M. On appelle

flux élémentaire $d\Phi$ du vecteur \vec{A} à travers la surface dS la quantité scalaire définie comme suit:

$$d\Phi = \vec{A} \cdot \vec{dS} = A dS \cos\theta$$

Le flux global à travers la surface S est obtenu par intégration:

$$\Phi = \iint \vec{A} \cdot \vec{dS}$$

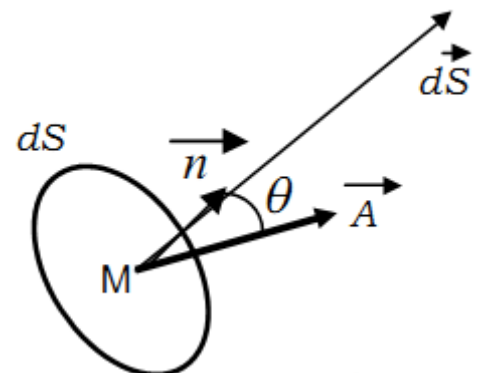


Figure I.19

Remarque: Comme la circulation d'un vecteur le long d'une courbe, le flux d'un vecteur à travers une surface est une notion mathématique.

Orientation de la normale:

Cas d'une surface fermée: On oriente la normale de l'intérieur vers l'extérieur.

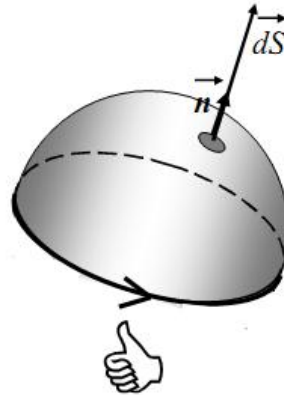


Figure I.20

Cas d'une surface ouverte: On choisit un sens de parcours du contour et on oriente la normale en utilisant par exemple la règle de la main droite: Le pouce donne le sens de la normale si les autres doigts sont fermés dans le sens de parcours du contour (figure I.20).

I.6.2. Vecteur excitation ou déplacement électrique

Maxwell a introduit en électromagnétisme un vecteur \vec{D} qu'il a appelé *déplacement électrique*. Celui-ci est relié au champ électrique par l'expression:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

où ϵ est la permittivité électrique du milieu.

Dans le cas particulier du vide, l'expression précédente devient:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Elle montre que, dans ce cas, ces deux vecteurs sont proportionnels. Ce n'est pas toujours le cas dans les milieux matériels.

Le vecteur \vec{D} est également appelé *excitation électrique*.

I.6.3. Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss s'énonce comme suit:

Le flux du vecteur déplacement électrique à travers une surface S fermée entourant des charges Q_i est égal à la somme de ces charges.

$$\oiint \vec{D} \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (a)$$

$\sum_{i=1}^n Q_i$ Représente la somme algébrique des charges intérieures à la surface.

L'équation (a) est l'une des quatre équations fondamentales de l'électromagnétisme (équations de Maxwell).

Dans le cas particulier du vide l'énoncé du théorème de Gauss devient:

Dans le vide, le flux du champ électrique à travers une surface *fermée* entourant des charges Q_i est :

$$\oiint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{\epsilon_0} \quad (b)$$

De ces deux formulations du théorème de Gauss, c'est la première qui est la plus générale. En effet, les deux expressions (a) et (b) montrent que le vecteur excitation électrique est directement relié aux charges sources et ne dépend pas des caractéristiques du milieu (ici le vide caractérisé par sa permittivité électrique ϵ_0). Ce n'est pas le cas du champ électrique.

Dans les milieux, le vecteur \vec{D} prend une très grande importance.

I.6.4. Applications du théorème de Gauss

Le théorème de Gauss permet, dans certains cas, de calculer, à partir des charges sources, le champ électrique. La méthode est alors plus simple que celle du calcul direct.

Plan infini chargé

On considère un plan infini uniformément chargé avec une densité surfacique $\sigma > 0$. On veut calculer le champ électrique créé par cette distribution de charges en tout point M de l'espace au voisinage de ce plan.

Champ électrique: Les équipotentielles ont la même forme que le plan chargé, elles sont constituées par des plans parallèles à ce plan. Les lignes de champ sont alors perpendiculaires au plan chargé. Le champ \vec{E} est donc perpendiculaire au plan et sortant ($\sigma > 0$).

Il est utile de noter que le calcul de ce champ peut être obtenu par la méthode directe du calcul du champ électrique en considérant les résultats obtenus pour le disque chargé de rayon R . et en faisant tendre R vers l'infini. Il est cependant plus rapide d'arriver au résultat en utilisant le théorème de Gauss.

On choisit comme surface de Gauss un cylindre qui traverse ce plan infini chargé. (figure I. 21) Le flux de \vec{E} à travers ce cylindre est:

$$\iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 + \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S}_3 = \frac{\sum_i Q_i}{\epsilon_0}$$

$S_1 = S_2 = S$ sont les surfaces des bases du cylindre et S_3 est sa surface latérale.

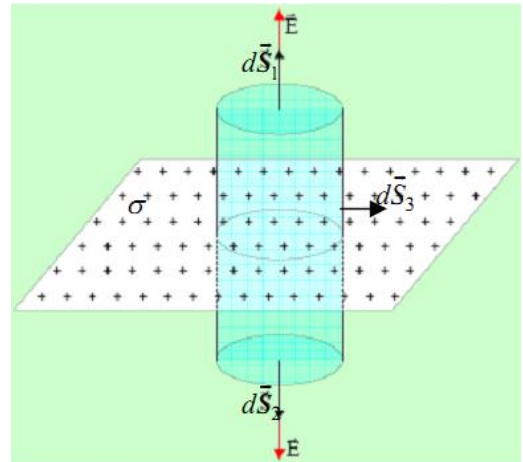


Figure I.21

Comme le montre la figure I.21, le champ est, pour des raisons de symétrie, perpendiculaire au plan:

$$\vec{E} \perp d\vec{S}_3, \vec{E} // d\vec{S}_1 \text{ et } \vec{E} // d\vec{S}_2 \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{S}_3 = 0, \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 = E \cdot dS$$

$$\text{Et } \sigma \sum_i Q_i = \sigma S$$

$$\text{Donc } \Phi = 2 E S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

Notons que le champ électrique créé par le plan infini chargé est constant en tout point M de l'espace.

Potentiel électrique: En utilisant la relation liant le potentiel au champ électrique

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E dy \Rightarrow V = - \int E dy$$

on trouve le potentiel V , créé par le plan infini:

$$V = -\frac{\sigma y}{2\epsilon_0} + C^{te} \text{ (La constante s'obtient à l'aide des conditions du problème).}$$

En résumé:

Le champ électrique \vec{E} peut être calculé:

- 1- directement à partir selon le nombre ou la répartition des charges sources.
- 2- à partir du potentiel V .

3- à partir du théorème de Gauss: $\iint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{dS} = \sum_i Q_i$

Chapitre II

CONDUCTEURS EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

En électricité, un conducteur est un milieu matériel dans lequel certaines charges électriques, dites « charges libres », sont susceptibles de se déplacer sous l'action d'un champ électrique. Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier les propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique, à l'échelle macroscopique où les dimensions considérées sont très grandes par rapport aux distances inter atomiques.

II.1. Equilibre électrostatique

L'équilibre électrostatique est atteint lorsqu' aucune charge électrique ne se déplace à l'intérieur du conducteur. Nous allons établir, dans cette partie, les propriétés des distributions d'équilibre d'un conducteur isolé dans le vide.

II.1.1. Champ électrique

Le champ électrique est nul en tout point à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique. En effet, la présence d'un champ entraînerait l'existence d'une force:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

qui mettrait les charges en mouvement et le conducteur ne serait plus en équilibre.

➡ *En tout point à l'intérieur d'un conducteur en équilibre, le champ électrique E est nul.*

Le champ électrique sur la surface du conducteur est perpendiculaire à la surface. En effet, pour les mêmes raisons que précédemment, une composante du champ parallèle à la surface agirait sur les charges libres et entraînerait leur déplacement. Or, de tels déplacements n'existent pas dans les conditions d'équilibre électrostatique:

➡ *Le champ est normal à la surface d'un conducteur en équilibre.*

II.1.2. Potentiel électrique

Considérons la circulation du champ électrique entre deux points M et M' infiniment voisins à l'intérieur d'un même conducteur. La variation du potentiel dV entre les deux points est alors donnée par:

$$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl} \quad \text{ou} \quad \vec{dl} = \overline{MM'} \quad \Rightarrow \quad V \text{ Constante}$$

Le champ étant nul à l'intérieur du conducteur, le potentiel est donc uniforme dans tout le volume du conducteur.

➡ *Un conducteur en équilibre électrostatique constitue un volume équipotentiel.*

II.1.3. Répartition des charges

- A l'intérieur du conducteur:

Considérons un conducteur doté d'une charge nette Q et choisissons une surface fermée quelconque de façon qu'elle se retrouve sous la surface du conducteur. D'après le théorème de Gauss, on a:

$$\phi = \oiint_S \vec{E}_{int} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Comme $E_{int} = 0$, on en déduit que $Q_{int} = 0$. Par conséquent :

- *A l'intérieur d'un conducteur chargé en équilibre, la charge électrique est nulle.*
- **A la surface du conducteur:**
- *La charge électrique d'un conducteur en équilibre est entièrement répartie sur sa surface.* (Expérience du cylindre de Faraday)

II.1.4. Champ au voisinage d'un conducteur: théorème de Coulomb

Considérons un conducteur de forme quelconque. On se propose de calculer le champ électrique en un point au voisinage immédiat de la surface externe du conducteur. Construisons, pour cela, une surface de Gauss cylindrique aplatie, dont une base se trouve à l'extérieur de la surface et l'autre base à une profondeur telle que la charge superficielle soit totalement à l'intérieur du cylindre (figure II.2.a). En appliquant le théorème de Gauss sur cette surface fermée, nous obtenons:

$$\phi = \oiint_S \vec{E}_{int} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Comme mentionné plus haut, aux points situés au voisinage immédiat de la surface du conducteur, le champ est normal à la surface. Le champ étant nul partout à l'intérieur du conducteur, on ne tient compte que du flux à travers la surface située à l'extérieur du conducteur. Le flux sortant de la surface latérale du cylindre étant nul, il ne reste plus que celui qui sort de la base, soit:

$$\phi = E S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

où σS est la charge nette comprise à l'intérieur de la surface de Gauss. On obtient alors:

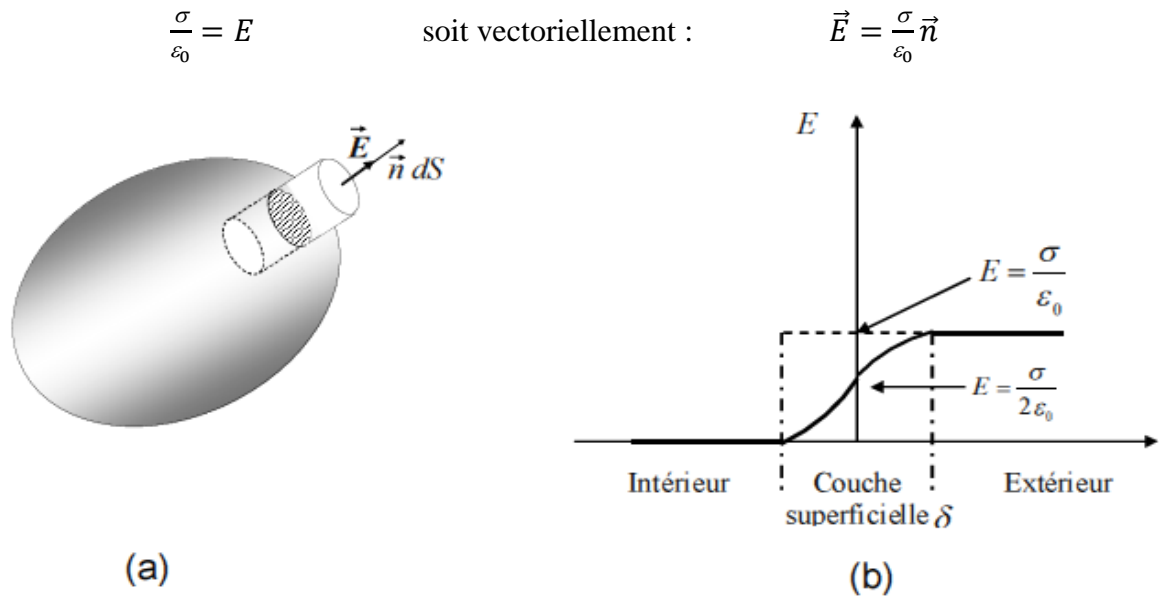


Figure II.1

C'est l'expression du champ électrostatique, au voisinage immédiat d'une surface conductrice chargée. C'est la formulation du **théorème de Coulomb**.

Théorème:

Le champ électrostatique à proximité immédiate d'un conducteur portant une charge de densité surfacique σ vaut:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

où \vec{n} est un vecteur unitaire normal au conducteur et orienté vers l'extérieur.

Le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul, en son voisinage immédiat extérieur, il vaut :

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = E$$

Par conséquent, à la traversée de la surface du conducteur, par continuité, le champ varie de la manière présentée sur la figure II.1.b (δ est un infiniment petit). En particulier, sur la surface du conducteur, il vaut:

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = E$$

Cette dernière expression du champ sera utilisée pour le calcul de la pression électrostatique.

II.1.5. Pression électrostatique

Calculons maintenant les forces auxquelles sont soumises les charges électriques situées à la surface d'un conducteur en équilibre. Ces charges de surface sont soumises à des forces répulsives de la part des autres charges du conducteur.

Considérons un élément de surface dS , portant une charge $dq = \sigma dS$.

Le champ $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$ exerce sur la charge dq une force électrostatique:

$$\vec{dF} = dq \vec{E} = \sigma ds \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} \quad \text{soit :} \quad \vec{dF} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} ds \vec{n}$$

Cette force est donc normale à la surface et dirigée vers l'extérieur quelque soit le signe de la charge. Elle est proportionnelle à l'élément de surface ds et présente, par conséquent, le caractère d'une force de pression. La force par unité de surface, c'est-à-dire la pression électrostatique, est alors donnée par :

$$P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

II.1.6. Pouvoir des pointes

A proximité d'une pointe, le champ électrostatique est très intense. Cela résulte du fait que la densité surfacique de charges est très élevée au voisinage d'une pointe.

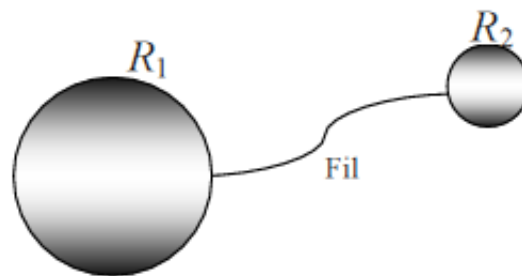


Figure II.2

Ce phénomène peut être expliqué en considérant deux sphères conductrices de rayons R_1 et R_2 ($R_2 < R_1$), reliées par un long fil conducteur mince (Figure II.2). De ce fait, les deux sphères sont portées au même potentiel ; et comme elles sont très éloignées l'une de l'autre, on peut écrire :

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{K}{R_1} \iint \sigma_1 ds = \frac{K}{R_2} \iint \sigma_2 ds$$

Pour des raisons de symétrie, les charges sont réparties uniformément à la surface de chaque sphère (σ_1 et σ_2 sont constantes). Il s'en suit que:

$$\frac{\sigma_1}{R_1} = \frac{\sigma_2}{R_2}$$

Cette dernière équation montre que la sphère ayant le plus petit rayon porte la plus grande densité de charges. Ce résultat se généralise à un conducteur de forme quelconque et explique le pouvoir ionisant d'une pointe (Le pouvoir de pointe est utile pour faciliter la décharge de l'électricité ; c'est le rôle des paratonnerres qu'on place sur les édifices pour les protéger contre la foudre)

II.1.7. Conducteur creux

Considérons maintenant un conducteur de forme arbitraire contenant une cavité (voir figure II.3.). Supposons qu'il n'existe aucune charge à l'intérieur de la cavité. Dans ce cas, le champ électrique à l'intérieur de la cavité doit être nul indépendamment de la distribution de la charge sur la surface externe du conducteur. De plus, le champ à l'intérieur de la cavité est nul même s'il existe un champ électrique à l'extérieur du conducteur.

Deux points quelconques A et B de la surface de la cavité sont au même potentiel. Imaginons maintenant qu'un champ électrique \vec{E} existe à l'intérieur de la cavité et calculons la différence de potentiel $V_B - V_A$ définie par l'équation:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

\vec{E} n'étant pas nul, nous pouvons toujours trouver un chemin entre A et B pour lequel $\vec{E} \cdot \vec{dl}$ est un nombre positif, l'intégrale est alors positive. Or $V_B - V_A = 0$, la

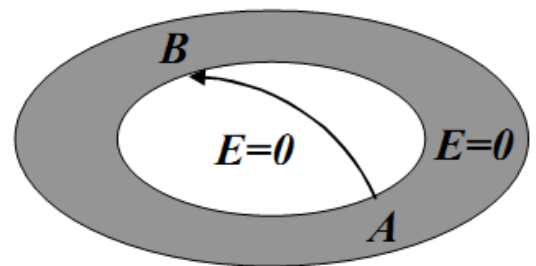


Figure II.3

circulation de $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ est nulle pour tous les parcours entre deux points quelconques du conducteur, il en résulte que le champ électrique est partout nul. Par conséquent, une cavité entourée par des murs conducteurs est une région où le champ est nul, quelles que soient les conditions extérieures au conducteur. Ce dernier constitue un écran électrostatique: aucun champ extérieur ne peut être décelé dans la cavité. Cette dernière est à l'abri de toute influence extérieure.

II.1.8. Capacité d'un conducteur

Considérons un conducteur isolé en équilibre électrostatique, placé en un point O de l'espace et portant une charge Q , répartie sur sa surface externe avec une densité surfacique σ telle que :

$$Q = \iint \sigma dS$$

Si la charge Q augmente, la densité surfacique σ augmente proportionnellement:

$$\sigma = a Q$$

Cela, en raison de la linéarité des équations qui régissent le problème de l'équilibre des conducteurs. Le potentiel créé par Q , en un point M de l'espace tel que $OM = r$, s'écrit

$$V = K \iint \frac{\sigma dS}{r} \quad \text{soit} \quad V = K Q \iint \frac{a dS}{r}$$

NB : Ce résultat reste valable pour tout point de la surface du conducteur. L'intégrale dépend uniquement de la géométrie et des dimensions du conducteur.

On n'en déduit que le rapport, entre la charge et le potentiel auquel est porté le conducteur,

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q'}{V'}$$

ne dépend que de la géométrie du conducteur, on l'appelle *capacité propre du conducteur*. Celle-ci est donnée par l'expression:

$$C V = Q$$

Unité: C est une grandeur positive, dont l'unité est appelée le *farad*. Le farad est ainsi défini comme la capacité d'un conducteur isolé dont le potentiel est de 1 volt lorsqu'il reçoit une

charge de 1 coulomb. Le farad est une unité très grande, on utilise plutôt des sous multiples: Le microfarad : $1\mu F = 10^{-6} F$, le nanofarad: $1 nF = 10^{-9} F$, le picofarad: $1 pF = 10^{-12} F$. Exercice.

Exercice: Calculer la capacité d'un conducteur sphérique de rayon R .

A.N : $R = 1 \text{ m}$ et $R = 6400 \text{ km}$ (rayon de la terre)

Solution : Considérons une sphère de rayon R et de charge Q . Son potentiel est donné par l'expression suivante:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

D'où sa capacité:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Ainsi la valeur de la capacité d'une sphère de rayon $R = 1 \text{ m}$ vaut $C = 0.11 \text{ nF}$.

Dans le cas de la Terre, la capacité vaut:

$$C_T = 4\pi\epsilon_0 R_T = \frac{6.4 \times 10^6}{9 \times 10^9} = 0.71 \text{ mF}$$

II.2. Phénomènes d'influence

II.2.1. Influence partielle

Considérons un conducteur A électriquement neutre (figure II.4a).

Approchons de ce dernier, un conducteur B chargé positivement, tel que représenté sur la figure II.4b. Le conducteur B crée dans l'espace et en particulier dans le conducteur A un champ électrique \vec{E}_B .

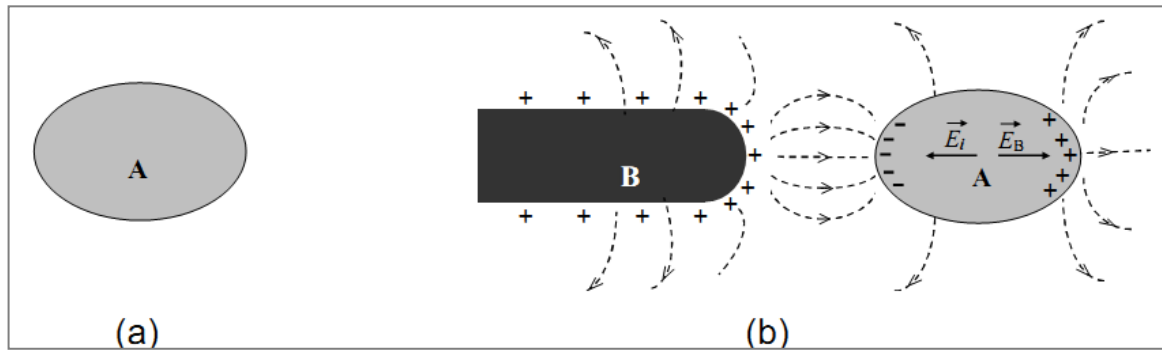


Figure II.4

Explications: Les électrons libres du conducteur A vont, sous l'action de ce champ, se déplacer dans le sens inverse de \vec{E}_B . Ces électrons s'accumulent progressivement sur la face en regard de B et forment à l'équilibre des charges négatives dont la résultante est $-Q$. A l'inverse, des charges positives, dont la résultante est $+Q$, vont apparaître sur l'autre face par défaut d'électrons comme le montre la figure II.4.b. Ces charges, qui résultent d'une électrisation par *influence*, apportent leur contribution au champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur du conducteur.

Elles créent un champ induit \vec{E}_i qui vient s'opposer au champ inducteur \vec{E}_B et réduire ainsi le champ électrique total. A l'intérieur du conducteur A les électrons libres ne cessent leur mouvement que lorsque le champ électrique total s'annule. Le système formé par les deux conducteurs atteint alors un état d'équilibre.

Remarques:

- 1- Lors de l'évolution de ce phénomène, les charges $+Q$ et $-Q$, *induites* ou créées par influence, interviennent en ajoutant leur action à celle des charges inductrices. Il se produit une *influence retour* de A sur B. On dit qu'il y'a *influence mutuelle*.
- 2- Dans cette expérience, le conducteur A a été *électrisé par influence*. Le système étant isolé, le principe de la conservation de la charge implique que la somme des charges induites est nulle. Ainsi, lors d'une électrisation par influence, il n'y aucune création, mais simplement un déplacement de charges.

Lignes de champ: La topographie de l'espace électrique, représentée sur la figure II. 4b, montre que seules certaines lignes de champ, qui émanent du corps inducteur B, aboutissent au conducteur A. Il en résulte, en vertu du théorème des éléments

correspondants, que la charge Q créée par influence, est inférieure à la charge inductrice du conducteur B.

On relie, le conducteur A à la terre, au moyen d'un fil conducteur (figure II.5). La terre et le conducteur forment ainsi un seul conducteur; les charges positives sont alors repoussées vers la terre. Le potentiel de ce conducteur est nul et plus aucune ligne de champ ne le quitte.

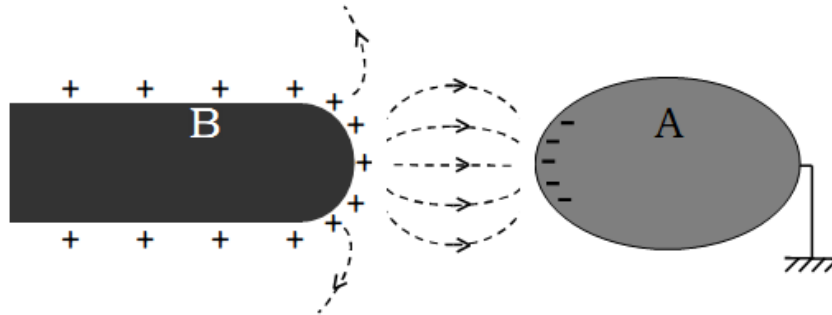


Figure II.5

Dans ces exemples, l'influence est dite **partielle**, car toutes les lignes de champ issues du conducteur B n'aboutissent pas sur A. Nous pouvons créer des conditions d'influence totale en plaçant le conducteur B à l'intérieur d'un conducteur creux A.

II.2.2. Influence totale

On parle d'influence totale lorsque toutes les lignes de champ partant de B aboutissent sur A. Ceci est obtenu lorsque A entoure complètement B (figure II.6). L'application du théorème des éléments correspondants, montre que la charge qui apparaît sur la surface interne de A est égale et opposée à la charge du conducteur B.

$$Q_B = -Q_{Aint}$$

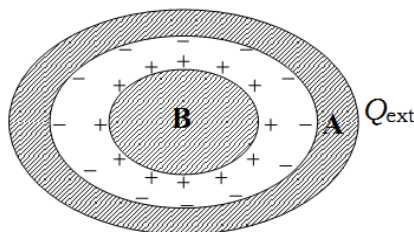
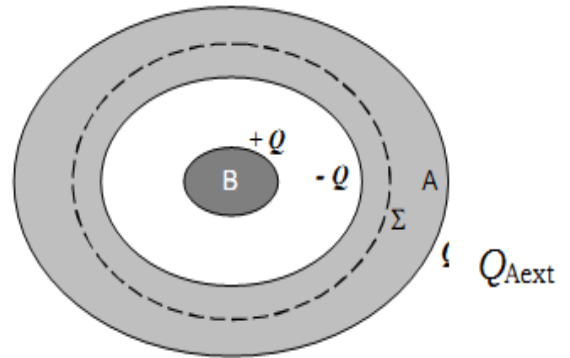


Figure II.6

Exercice:

- 1- Retrouver le résultat du § II.2.2 en utilisant le théorème de Gauss.
- 2- Calculer la charge extérieure Q_{Aext} dans les cas suivants:
 - a)- Le conducteur A est isolé et initialement neutre.
 - b)- Le conducteur A porte une charge initiale q .



Solution:

- 1- On applique le théorème de Gauss en considérant une surface Σ à l'intérieur du conducteur A. Sachant que le champ est nul à l'intérieur du conducteur A (équilibre électrostatique) on a :

$$\phi = \iint_{\Sigma} \vec{E}_{int} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q_B + Q_{Aint}}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow Q_{Aint} = -Q_B$$

- 2- a) Cas où le conducteur A est initialement neutre:

$$Q_{Aext} + Q_{Aint} = 0 \Rightarrow Q_{Aext} = -Q_{Aint} = Q_B$$

- b) Cas où le conducteur A porte initialement une charge q :

$$Q_{Aext} + Q_{Aint} = q \Rightarrow Q_{Aext} = q - Q_{Aint} \Rightarrow Q_{Aext} = q + Q_B$$

II.3. Condensateurs

II.3.1. Définition

Un condensateur est un système constitué de deux conducteurs électriques en influence totale.

On réalise un tel système en utilisant deux conducteurs dont l'un est creux et entoure complètement l'autre (Figure II.6). L'espace compris entre les deux conducteurs, appelées *armatures*, est vide ou rempli d'un milieu isolant (diélectrique).

Lorsqu'une différence de potentiel est appliquée entre les armatures d'un condensateur, en le reliant par exemple à une source d'électricité, il se charge. Les deux plaques acquièrent alors des charges égales et opposées.

Un condensateur est un appareil qui sert à **emmagasiner de l'énergie électrique**. Il est largement utilisé en électronique et en électrotechnique.

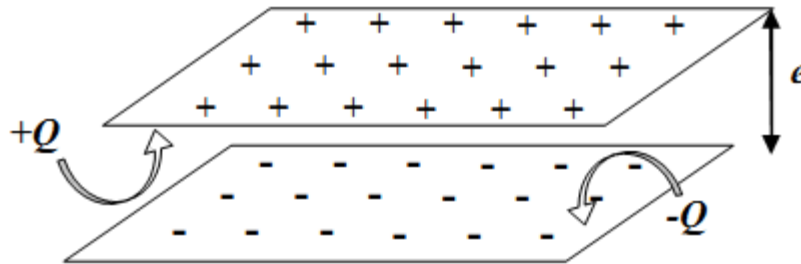


Figure II. 7

Condensateur plan:

Un condensateur plan est formé de deux conducteurs plans, parallèles, distants de e . L'espace e est très petit par rapport aux dimensions des armatures afin que celles-ci soient en influence totale. (figure II.7).

Remarques:

- 1- Il est important de noter qu'un condensateur est caractérisé par la valeur absolue de la charge Q portée par chaque armature et non pas la charge résultante qui est nulle. De même, il est caractérisé par la différence de potentiel V entre ses armatures et non pas le potentiel de l'une de ses armatures par rapport à une référence donnée.
- 2- Le nom de condensateur, donné à un système de deux conducteurs en influence totale, provient du fait que ces systèmes mettent en évidence le phénomène de *condensation de l'électricité*, à savoir l'accumulation de charges électriques sur la surface des armatures.

II.3.2. Capacité d'un condensateur

Le concept de capacité électrique, introduit dans le cas d'un seul conducteur, peut être étendu à un condensateur. On définit la capacité d'un condensateur par:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

Q est la charge portée par chacune des armatures ($+Q$ pour l'une et $-Q$ pour l'autre) et $\Delta V = V_1 - V_2$ est la différence de potentiel entre ces armatures. La capacité est une constante propre à chaque condensateur. Sa valeur dépend de la forme, des dimensions et de la

position relative des deux conducteurs qui le constituent. Elle dépend également de la nature du milieu qui les sépare.

► La méthode de calcul de la capacité d'un condensateur s'appuie sur la relation:

$$Q = CV$$

- On commence d'abord par calculer le champ électrique en un point quelconque à l'intérieur du condensateur.
- La circulation du champ entre les deux armatures, permet de tirer l'expression du potentiel.
- Le rapport $C = \frac{Q}{\Delta V}$
- nous donne la valeur de la capacité du condensateur considéré.

1. Capacité d'un condensateur plan:

Soit un condensateur plan (figure II.8), constitué de deux conducteurs plans, portant respectivement des charges $+Q$ et $-Q$, de surfaces S , séparés par une distance e . Du fait de la symétrie de la distribution, le champ électrique entre les armatures de ce condensateur est uniforme, il est donné par: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

La répartition de charge étant uniforme, on a: $\sigma = \frac{Q}{S}$

Q est la charge du condensateur. En choisissant l'axe ox selon la normale aux plans (figure II.8), nous avons: $-dV = \vec{E} \cdot \vec{dl} = E dx$

Soit, en faisant circuler le champ entre les deux armatures: $V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} e = \frac{Q e}{\epsilon_0 S}$

Or $Q = CV$, d'où la capacité d'un condensateur plan: $C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$

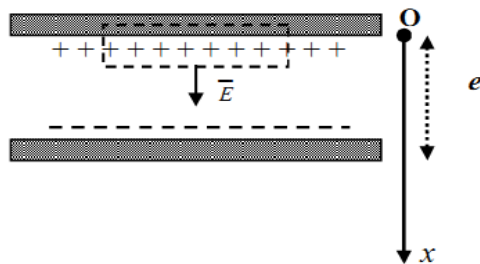


Figure II.8

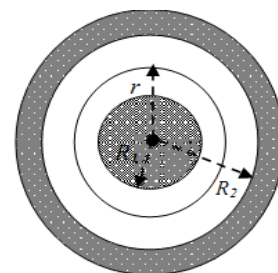


Figure II.9

2. Capacité d'un condensateur sphérique:

Un condensateur sphérique (figure II.9), est constitué de deux sphères conductrices et concentriques. La première de rayon R_1 porte une charge positive $+Q$ et son potentiel est V_1 ; la seconde de rayon R_2 ($R_1 < R_2$), porte une charge $-Q$ et son potentiel est V_2 , En appliquant le théorème de Gauss, on obtient le champ électrique entre les armatures d'un tel condensateur:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Sachant que $E = -\frac{dV}{dr}$ on a: $-dV = E \cdot dr$

En faisant circuler ce champ entre les deux armatures, il vient :

$$V = \int_{V_1}^{V_2} -dV = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} \quad \text{soit} \quad \Delta V = V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

D'où, le rapport $\frac{Q}{\Delta V}$: $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

Exercice: Déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur cylindrique (figure II.10), constitué de deux cylindres conducteurs coaxiaux de rayons R_1 et R_2 , de hauteurs l , portant sur leurs surfaces en regard les charges $+Q$ et $-Q$. AN : $l = 10$ cm $R_1 = 1$ mm $R_2 = 3$ mm.

Réponse:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\text{Log} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$$

Soit $C = 5\text{pF}$

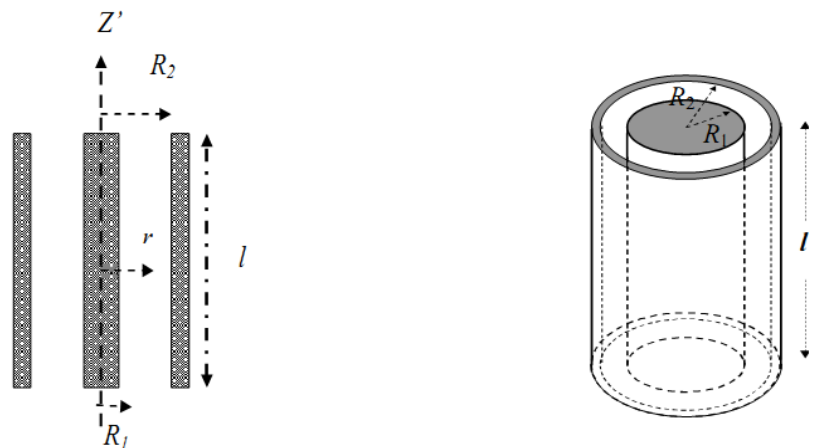


Figure II. 10

II.3.3. Association de condensateurs

a. Association en série:

Considérons le groupement de N condensateurs en série représenté sur la figure II. 11a. Lorsqu'une différence de potentiel $\Delta V = V_0 - V_N$ est appliquée entre les points extrêmes de l'ensemble des condensateurs, l'armature de gauche du premier condensateur va acquérir une charge Q . La différence de potentiel totale aux bornes de l'ensemble des condensateurs s'écrit alors simplement:

$$\Delta V = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \dots + (V_{N-1} - V_N)$$

Soit :

$$\Delta V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_N} = Q \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

Cette différence de potentiel correspond à celle d'un condensateur unique de capacité équivalente

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

NB: Ce montage est utilisé lorsque la différence de potentiel appliquée est grande et ne peut pas être supportée par un seul condensateur.

b. Association en parallèle:

Soient N condensateurs, placés en parallèle, avec la même différence de potentiel V (Figure II. 11b). On désigne par Q_i et C_i la charge électrique et la capacité du i ème condensateur, on a :

$$Q_i = C_i V$$

La charge électrique totale portée par l'ensemble des condensateurs est alors donnée par:

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N C_i V = V \sum_{i=1}^N C_i$$

La capacité équivalente est la somme des capacités individuelles :

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$

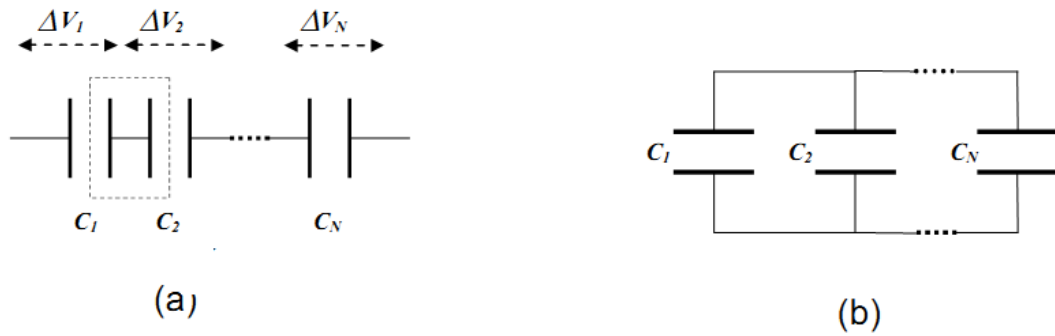


Figure II. 11

NB: Ce montage permet d’obtenir une capacité équivalente élevée.

Exercice: Soit le groupement de condensateurs suivant:

Déterminez la capacité équivalente du circuit.

Solution:

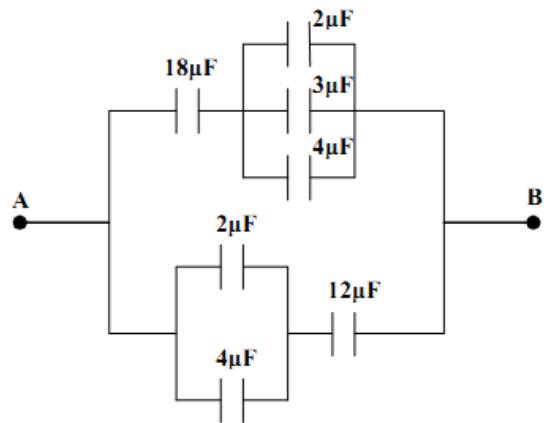
$$C_1 = 2 + 3 + 4 = 9 \mu F$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{18} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{6} \Rightarrow C_2 = 6 \mu F$$

$$C_3 = 2 + 4 = 6 \mu F$$

$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow C_4 = 4 \mu F$$

$$D'o\grave{u} : C_{eq} = C_2 + C_4 = 10 \mu F$$



II.4. Energie

II.4.1. Energie électrostatique d’un conducteur

Soit dE_p la variation d’énergie potentielle subie par une charge élémentaire dq , ramenée de l’infini (choisi comme référence du potentiel) jusqu’au conducteur:

$$dE_p = V dq$$

où q et v désignent les valeurs de la charge et du potentiel dans un état intermédiaire. Au cours du transfert de charges sur le conducteur, sa charge totale ainsi que la valeur absolue de son potentiel augmentent.

L'énergie interne du conducteur lorsqu'il atteint sa charge complète est alors donnée par :

$$E_p = \int_0^Q -V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq$$

Soit finalement:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$

Ou bien:

$$E_p = \frac{1}{2} Q V \quad (*)$$

II.4.2. Energie électrostatique d'un ensemble de conducteurs en équilibre

Considérons n conducteurs en équilibre, chacun d'eux porte une charge Q_i et se trouve porté à un potentiel V_i . En généralisant l'équation (*) à un ensemble de n conducteurs, l'énergie emmagasinée dans ce système est:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i V_i$$

Chapitre III

ELECTROCINETIQUE

Nous avons traité, au premier chapitre, les phénomènes électriques dans des conditions où aucune grandeur physique n'évolue au cours du temps: c'est le cas de l'électrostatique où toutes les charges électriques sont supposées immobiles dans l'espace. Nous allons dans ce chapitre, nous intéresser au cas où ces charges se déplacent en donnant naissance à un courant électrique continu. L'étude des réseaux électriques parcourus par de tels courants sera traitée dans ce chapitre.

III.1. Courants électriques

III.1.1. Origine du courant électrique

Soient deux conducteurs A et B, initialement en équilibre électrostatique, portant des charges Q_A et Q_B et dont les potentiels respectifs sont V_A et V_B tels que $V_A > V_B$ par exemple. Dans ces conditions, un champ électrique E existe entre A et B. (Figure III. 1)

$$V_A > V_B \quad V'_A = V'_B = V_M$$



Figures III.1

Lorsqu'on relie les conducteurs A et B par un fil conducteur, l'équilibre se rompt et un mouvement de charges électriques apparaît, sous l'action d'une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. Ce mouvement se poursuit jusqu'à l'établissement d'un nouvel état d'équilibre dans le nouveau conducteur formé par A, B et le fil (Fig. III. 1). Cette circulation de charges correspond au passage d'un *courant électrique* dans le fil de connexion. Ce courant est *temporaire*.

Lors de ce mouvement, la charge totale des conducteurs A et B se conserve:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B \Rightarrow Q_A - Q'_A = Q'_B - Q_B \Rightarrow -\Delta Q_A = \Delta Q_B$$

Dans cet exemple, $V_A > V_B$, la variation de charges correspond à une diminution des charges positives ou à une augmentation des charges négatives du conducteur A.

III.1.2. Courant permanent

Pour avoir une circulation permanente du courant électrique, il faut maintenir un état de déséquilibre entre les deux conducteurs A et B lorsqu'ils sont reliés. A cet effet, il est

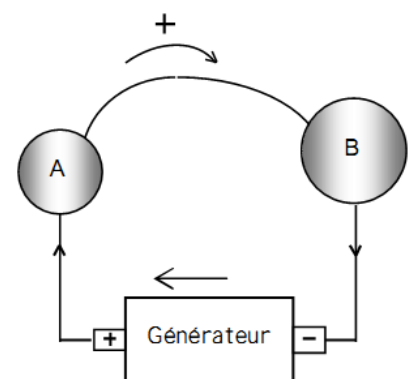


Figure III.2

nécessaire d'amener de façon continue des charges sur l'un des conducteurs. Ceci peut être réalisé à l'aide d'appareils que l'on appelle générateurs.

Un courant permanent correspond à un déplacement ininterrompu de charges libres.

III.1.3. Sens conventionnel du courant

Le sens conventionnel du courant, choisi par Ampère au début du dix neuvième siècle, est opposé à celui des électrons. Cette convention est toujours en vigueur.

Par conséquent, le courant électrique circule du pôle positif au pôle négatif à l'extérieur du générateur et du pôle négatif au pôle positif à l'intérieur du générateur (figure III.2).

III.1.4. Intensité du courant

Soit un conducteur métallique de section S . L'intensité I du courant électrique est, par définition, la quantité d'électricité dQ qui traverse la section S pendant un intervalle de temps dt .

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

L'intensité I est exprimée en ampères (A).

NB: Un courant électrique est continu si son intensité I reste constante au cours du temps.

III.1.5. Vecteur densité de courant

Considérons un conducteur métallique, cylindrique, de section S et d'axe \vec{ox} . Choisissons un tube de courant cylindrique dont l'axe est parallèle à \vec{ox} et de section droite dS traversée par la quantité de charges dq (figure III.3a).

Désignons par :

\vec{v} la vitesse de déplacement de ces charges, et ρ leur densité volumique.

La quantité de charge dq , qui traverse la section dS perpendiculaire à l'axe du tube de courant, occupe, pendant un temps dt , un volume cylindrique:

$$dV = dx dS = v dt dS$$

et a pour valeur :

$$dq = \rho dV = \rho v dt dS$$

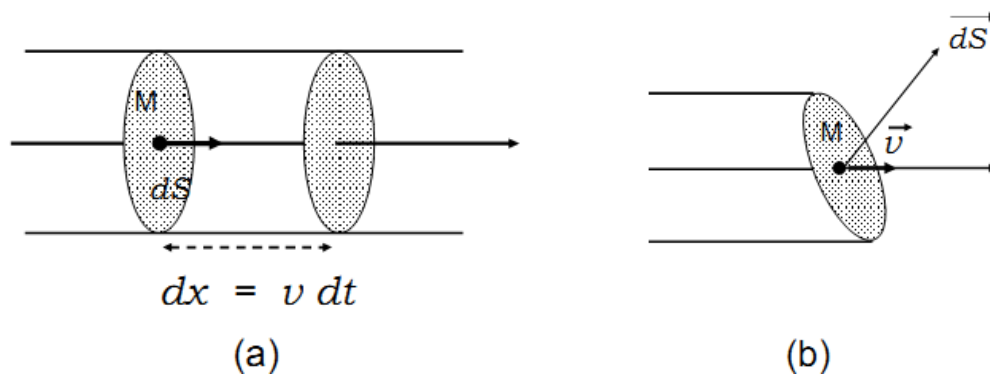


Figure III.3

\vec{v} et \vec{dS} sont ici parallèles. Dans le cas où \vec{dS} n'est plus parallèle à v , (figure III.3b), cette expression devient :

$$dq = \rho \vec{v} \cdot \vec{dS} dt \quad (2)$$

Introduisons un vecteur J tel que:

$$\vec{J} = \rho \vec{v} \quad (3)$$

L'expression (2) devient:

$$\frac{dq}{dt} = \vec{J} \cdot \vec{dS}$$

Si on considère, à présent, la section S du conducteur, la charge totale qui la traverse est:

$$\frac{dQ}{dt} = \iint \vec{J} \cdot \vec{dS}$$

Soit avec (1): $I = \iint \vec{J} \cdot \vec{dS} \quad (4)$

L'intensité du courant électrique apparaît comme le flux du vecteur J à travers la surface S .

La grandeur vectorielle J est appelée *densité de courant*, elle est mesurée en ampères par mètre carré (A/m^2).

L'expression (4) qui apparaît ici dans un cas particulier est valable dans tous les cas; la surface S est, dans le cas général, une surface quelconque fermée ou non.

III.1.6. Mouvement des électrons dans le vide

On soumet deux plaques métalliques A et B, parallèles, placées dans le vide et séparées d'une distance d , à une différence de potentiel $V = V_A - V_B$. (figure III.4a). Ces conditions entraînent la création d'un champ électrique \vec{E} entre les deux plaques tel que:

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} = \frac{V}{d}$$

Si un électron est émis par la plaque B, il sera soumis à une force électrique :

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m \vec{a} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

L'accélération étant constante, le mouvement des électrons, dans le vide, est donc uniformément accéléré, ce qui n'est pas le cas dans les métaux.

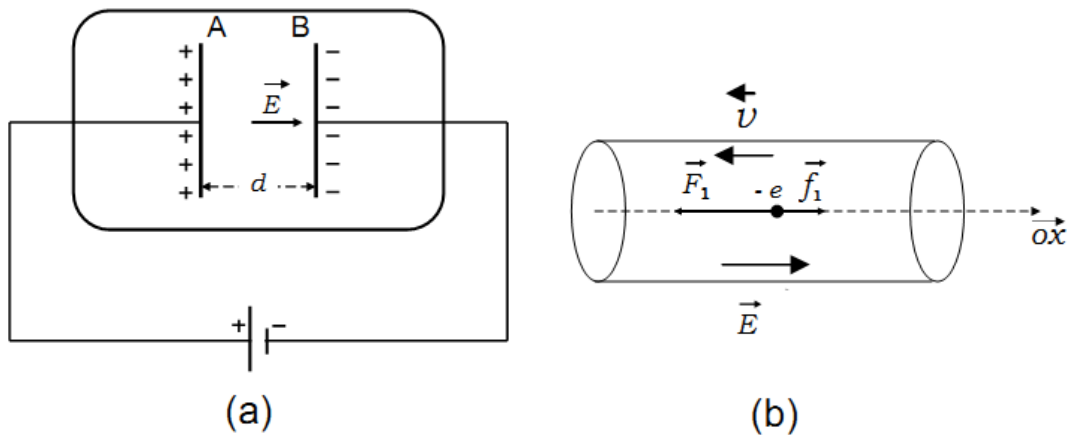


Figure III.4

III.1.7. Mouvement des électrons dans un conducteur

Dans un métal (figure III.4b),

- En l'absence de champ électrique, les électrons libres se déplacent dans toutes les directions. Leur vitesse moyenne est nulle, il n'y a donc pas de courant.
- En présence d'un champ électrique, un mouvement d'entraînement se crée, il en résulte un courant électrique.

Néanmoins on peut considérer, que l'effet du réseau cristallin sur le mouvement des électrons se traduit par une force de freinage de la forme:

$$\vec{f} = -k\vec{v}$$

En écrivant la relation fondamentale de la dynamique pour l'électron (figure III. 4b), on a :

$$\vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

où \vec{a} est l'accélération de l'électron. La projection de cette relation sur l'axe \vec{Ox} donne avec $E_x = E$:

$$-e E - kv_x = ma_x \quad \Rightarrow \quad m \frac{dv_x}{dt} + kv_x = -eE$$

ou encore :

$$\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = -\frac{e}{m} E$$

C'est une équation différentielle du premier ordre, à coefficients constants, avec second membre. La solution générale est la somme de deux solutions:

- une solution de l'équation homogène (sans second membre):

$$v_h = A \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)$$

- et une solution particulière : $v_p = -\frac{e}{k} E$

Soit:
$$v_h(t) = -\frac{e}{k} E + A \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)$$

En tenant compte de la condition initiale $v(0)=0$, on obtient la constante $A = \frac{e}{k} E$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} v_h(t) &= -\frac{e}{k} E \left(1 - A \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)\right) \\ &= -v_l \left(1 - A \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)\right) \end{aligned}$$

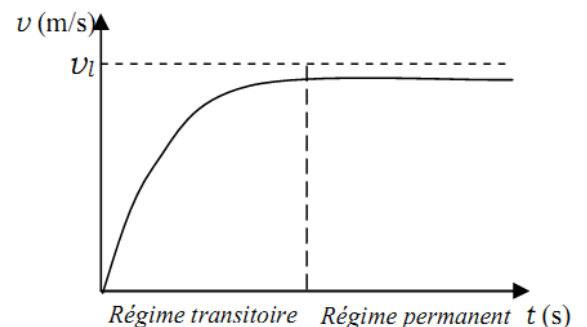


Figure III.5

Ou : $v_l = \frac{e}{k} E$ est la vitesse limite atteinte par les électrons et $\tau = \frac{m}{k}$ la constante de temps ou temps de relaxation.

Remarques:

- 1- La durée du régime transitoire étant extrêmement faible, ce régime peut être négligé. La vitesse des électrons dans un métal est donc égale à celle du régime permanent.
- 2- L'existence d'une force de frottement dans les métaux se traduit par un dégagement de chaleur (Effet Joule).

III.2. Loi d'OHM

III.2.1. Loi d'Ohm à l'échelle macroscopique

L'expérience montre que : Le rapport, entre la différence de potentiel V entre deux points d'un conducteur métallique et le courant qui le traverse, est constant,

$$V = RI \quad (5)$$

C'est la loi d'Ohm. La constante R est la résistance électrique du conducteur, elle est exprimée en ohms (Ω).

III.2.2. Forme locale de la loi d'Ohm

Un conducteur cylindrique, de longueur l et de section S , est soumis à une différence de potentiel V : il en résulte, en tout point du conducteur, un champ électrique \vec{E} tel que :

$$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl}$$

E et dl étant parallèles, on a:

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -E \int_0^l dl \quad \Rightarrow \quad V = V_1 - V_2 = El \quad (6)$$

La différence de potentiel V donne naissance à un courant électrique I dont la valeur est donnée par la loi d'Ohm (5):

$$V = RI \quad \text{Avec (6), on a :} \quad El = R J S$$

Soit :

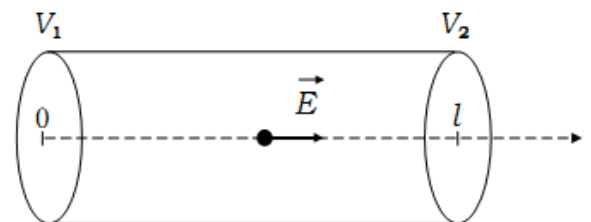


Figure III.6

$$J = \frac{l}{RS} E = \sigma E \quad (7) \quad \text{ou} \quad \sigma = \frac{l}{RS} \quad (8)$$

σ est la **conductivité** du conducteur; elle est exprimée en $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. A partir de (8) on a l'expression de la résistance électrique : $R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$

A l'échelle microscopique, on peut écrire: $J = -n e v = \frac{n e^2}{k} E$

Avec (7) il vient : $\sigma = \frac{n e^2}{k}$

En fonction du temps de relaxation, la conductivité s'écrit : $\sigma = \frac{n e^2}{m} \tau$

L'expression sous forme vectorielle: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Cette expression est générale, elle constitue la forme locale de la loi d'Ohm.

Exercice:

- 1- Calculer le temps de relaxation et la mobilité des charges libres dans le cuivre.
- 2- Calculer la vitesse des charges libres dans un fil de cuivre cylindrique et homogène de section $S = 2,5 \text{ mm}^2$. le fil étant parcouru par un courant $I = 10\text{A}$.

On donne la masse volumique du cuivre : $\rho_M = 8,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, sa masse atomique $M_A = 63,6\text{g}$, sa conductivité électrique $\sigma = 5,88 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ et le nombre d'Avogadro $N = 6,02 \cdot 10^{23}$. On suppose qu'il y a un électron libre par atome de cuivre. ($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Solution:

- 1- La conductivité est reliée au temps de relaxation par $\sigma = \frac{n e^2}{m} \tau$

Le nombre d'électrons par m^3 $n = \frac{\rho_M}{M_A} N$

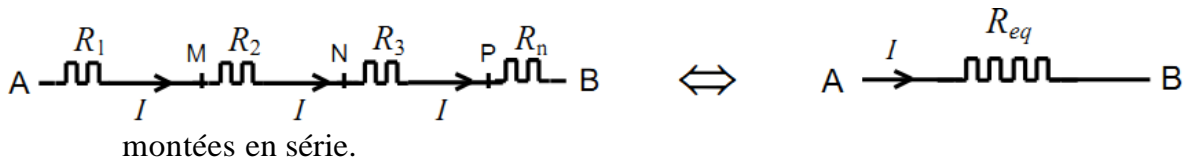
Le temps de relaxation est : $\tau = \frac{m_e}{n e^2} \sigma$ soit $\tau = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}$

La mobilité des électrons dans le cuivre a pour valeur: $\mu = \frac{\sigma}{n e} = 4,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$

- 2- On obtient à partir de l'expression de la densité de courant $J = n e v$, la vitesse des électrons: $v = \frac{J}{n e}$ avec $J = \frac{I}{S} = 4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \Rightarrow v = 0,31 \text{ mm/s}$

III.2.3. Groupement de résistances

a. **Groupement en série** : Le même courant I traverse toutes les résistances,



Figures III. 7

$$V_A - V_B = (V_A - V_M) + (V_M - V_N) + (V_N - V_P) + \dots$$

$$\text{Soit : } V_A - V_B = R_1 I + R_2 I + R_n I = R_{eq} I$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{La résistance équivalente est égale à la somme des résistances.}$$

b. **Groupement en parallèle** : A présent la même différence de potentiel $V = V_A - V_B$ est appliquée aux bornes des résistances, par conséquent :

$$V_A - V_B = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots = R_n I_n$$

$$\text{et } I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad \text{Donc :}$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_{eq}} = \frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} + \dots + \frac{V_A - V_B}{R_n}$$

$$\text{d'où la résistance équivalente } \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

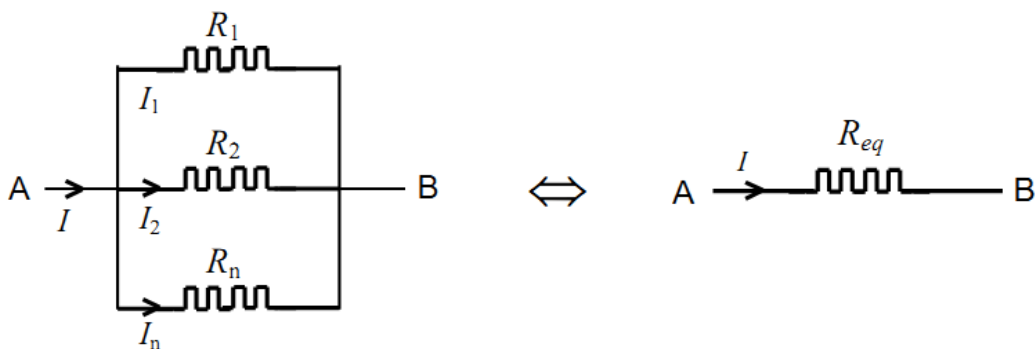


Figure III.8

III.3. Effet joule

La circulation d'un courant I à travers un conducteur électrique, entraîne une perte d'énergie qui se traduit par un échauffement. On peut déterminer l'énergie dissipée pendant le passage du courant. Si dq est la quantité de charge qui passe d'un point A à un point B du conducteur, le travail des forces électriques est:

$$dW = (V_A - V_B)dq$$

Cette quantité de charge est reliée au courant par : $dq = I dt$

D'où : $dW = (V_A - V_B) I dt$

Si R est la résistance de ce conducteur, on a d'après la loi d'Ohm: $V = V_A - V_B = RI$

Le travail s'écrit alors : $dW = V I dt = RI^2 dt$

Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur: c'est **l'effet Joule**

Elle correspond à une puissance: $P = \frac{dW}{dt} = RI^2$, $P = \frac{V^2}{R} = VI$

Comme V et I sont constants, la puissance p reste constante au cours du temps.

III.4. Générateurs électriques

III.4.1. Définition

Un générateur électrique est un dispositif qui, placé dans un circuit électrique, est capable de maintenir un champ électrique. Ce dernier, en déplaçant les charges mobiles, assure la circulation du courant électrique et le transport de l'énergie à travers le circuit.

Remarque: Notons que cette énergie n'est pas créée par le générateur, ce dernier ne fait que transformer une forme d'énergie, mécanique, chimique, lumineuse etc.. en une énergie électrique. Exp: La pile transforme de l'énergie chimique en une énergie électrique, le dynamo transforme de l'énergie mécanique en une énergie électrique

III.4.2. Force électromotrice (f.é.m)

Une quantité de charge élémentaire dq est soumise à l'action:

- d'une force électrostatique: $\vec{dF}_s = dq\vec{E}_s$
- d'une force produite par le générateur: \vec{dF}_m appelée force motrice.

\vec{E}_s désigne ici le champ électrostatique.

Comme les charges sont immobiles, on a :

$$\overline{dF}_s + \overline{dF}_m = \vec{0} \Rightarrow \overline{dF}_m = -dq\vec{E}_s$$

Cette condition, n'est satisfaite que si la force motrice est, elle aussi, proportionnelle à dq. On écrit alors :

$$\overline{dF}_m = dq\vec{E}_m$$

Le vecteur \vec{E}_m est appelé champ électromoteur.

A vide: $\vec{E}_s = -\vec{E}_m$

La différence de potentiel aux bornes du générateur est :

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_s \cdot \overline{dl} \quad \text{soit} \quad V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_m \cdot \overline{dl}$$

Cette quantité :

$$e = V_A - V_B$$

est une caractéristique du générateur; c'est sa **force électromotrice (f.é.m.)**, elle est mesurée en volts :

$$e = \int_A^B \vec{E}_m \cdot \overline{dl}$$

III.4. 3.Générateur en charge

Le générateur débite, à travers un circuit extérieur, un courant électrique I. Par convention, le courant sort par la borne positive A du générateur et rentre par sa borne négative B

En charge c'est le champ total $\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_m$

qui intervient. En chaque point on a : $\vec{j} = \sigma(\vec{E}_s + \vec{E}_m) = \sigma\vec{E}$

La circulation, dans le générateur, du champ total de B à A (c'est le sens du courant comme le montre la figure III.9) est :

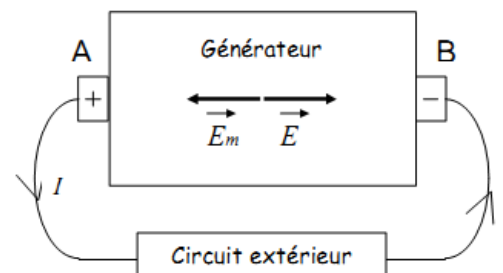


Figure III.9

$$\int_A^B (\vec{E}_s + \vec{E}_m) \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_s \cdot d\vec{l} + \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = (V_A - V_B) + e = \frac{J}{\sigma} l$$

En multipliant et en divisant le dernier terme par S , section traversée par le courant, on a:

$$(V_A - V_B) + e = r I$$

où r est la résistance interne du générateur.

Par conséquent:

$$(V_A - V_B) = e - r I$$

$V_A - V_B$ est la différence de potentiel utilisable aux bornes du générateur. La loi d'Ohm appliquée au circuit extérieur, de résistance R , donne:

$$V_A - V_B = R I$$

D'où

$$e = (R + r) I$$

III.4. 4. Association de générateurs

a. Association en série

Soient N générateurs (e_i, r_i) montés en série, c'est-à-dire de façon que le pôle positif du $i^{\text{ème}}$ générateur soit relié au pôle négatif du $(i + 1)^{\text{ème}}$ générateur. La figure III.10, qui représente ce montage dans le cas de N piles, montre qu'un seul et même courant I traverse chacun d'eux.

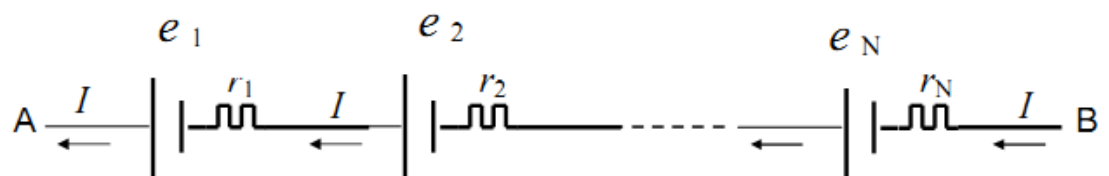


Figure III.10

La différence de potentiel aux bornes du $i^{\text{ème}}$ générateur s'écrit :

$$V_{i+} - V_{i-} = e_i - r_i I$$

La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble des générateurs s'écrit :

$$V_A - V_B = (e_1 + e_2 + \dots + e_N) = (r_1 I + r_2 I + \dots + r_N I) = e - rI$$

Cette différence de potentiel correspond à celle d'un générateur unique de f.é.m e et de résistance interne r , tel que :

$$\begin{cases} e = e_1 + e_2 + e_i + \dots + e_N \\ r = r_1 + r_2 + r_i + \dots + r_N \end{cases}$$

Si plusieurs générateurs sont associés en série, leurs forces électromotrices et leurs résistances s'ajoutent.

b. Association en parallèle

Soient N générateurs (piles) identiques (e, r) montés en parallèle. La figure III.11 montre que le générateur équivalent débite un courant d'intensité I égale à la somme des intensités que débite chaque générateur

$$I = \sum_{i=1}^N I_i$$

La différence de potentiel entre les bornes A et B est :

$$V_A - V_B = e - r \frac{I}{N} = e - \left(\frac{r}{N}\right) I$$

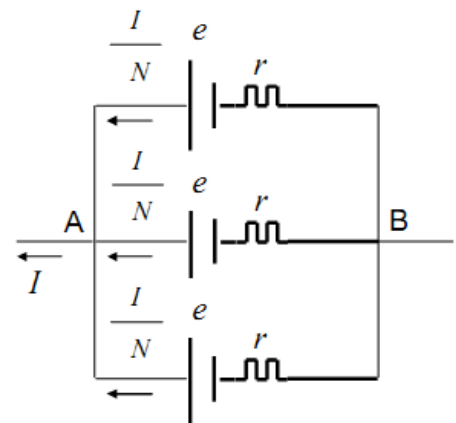


Figure III.11

III. 5. Récepteurs

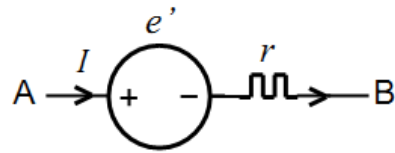
Les récepteurs sont des systèmes qui, parcourus par un courant électrique, transforment l'énergie électrique sous une autre forme d'énergie. Les récepteurs actifs fournissent de l'énergie mécanique, chimique, lumineuse etc... Par contre, les récepteurs passifs, comme les résistances, dissipent l'énergie absorbée sous forme de chaleur.

III.5.1. Force contre électromotrice "f.c.é.m" d'un récepteur

Un récepteur exerce sur les charges électriques qui le traversent, une force résistante. Celle-ci est due à un champ contre électromoteur C E.

Le travail de ce champ donne naissance à une force contre électromotrice e' , exprimée par le rapport entre l'énergie électrique transformée par le récepteur et la quantité de charge Q qui le traverse pendant un temps t .

Comme pour les générateurs, un récepteur peut être modélisé comme suit :



Dans un récepteur, le courant entre par la borne positive de ce dernier et sort par sa borne négative.

- e' représente la f.c.é.m du récepteur.

- r est sa résistance interne.

III. 5.2. Différence de potentiel "d.d.p" aux bornes d'un récepteur

Un récepteur placé dans un circuit parcouru par un courant I , reçoit du reste du circuit une puissance totale s'écrit : $P = (V_A - V_B) I$.

Une partie de cette puissance est dissipée par effet Joule à l'intérieur du récepteur et a pour expression: rI^2 . L'autre partie est transformée sous une autre forme, elle s'écrit: $e'I$. Le principe de conservation de l'énergie nous permet d'écrire:

$$(V_A - V_B) I = e'I + rI^2$$

Soit :

$$(V_A - V_B) = e' + rI$$

III.6. Analyse d'un réseau électrique

III.6.1. Définitions

Réseau: est un circuit complexe constitué d'un ensemble de dipôles (résistances, générateurs, récepteurs...) reliés entre eux (figure III.12)

Nœud: on appelle nœud, un point tel que A, où aboutissent au moins trois dipôles du réseau.

Branche: une branche est une portion du réseau telle que AB, comprise entre deux nœuds.

Maille: une maille du réseau est constituée par un ensemble de branches, formant un circuit fermé tel que ABC.

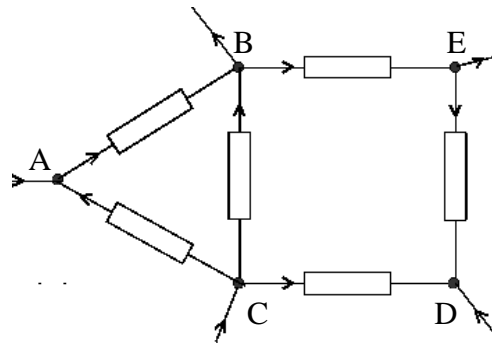


Figure III. 12

III.6. 2. Lois de Kirchhoff

Lois de Kirchhoff expriment la conservation de l'énergie et de la charge dans un circuit électrique.

1. Lois des nœuds

La somme des intensités des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui en ressortent.

C'est la première loi de Kirchhoff, Cette loi peut être traduite mathématiquement par l'expression :

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0$$

où I_i désigne la valeur algébrique du $i^{\text{ème}}$ courant. Cette valeur est affectée du signe (+) si le courant arrive au nœud considéré et du signe (-) s'il s'en éloigne.

2. Loi des mailles

Elle constitue une généralisation de la loi d'Ohm :

$$\sum (e - RI) = 0$$

On procède de la manière suivante:

On choisit, sur chaque branche, un sens du courant arbitraire. On choisit un sens de parcours de la maille arbitraire. Chaque terme RI est affecté d'un signe (+) si le sens du parcours choisi coïncide avec le sens du courant. Sinon on l'affecte du signe (-).

La f.é.m. (ou f.c.é.m) e est affectée du signe du pôle par lequel on sort du générateur (ou du récepteur).

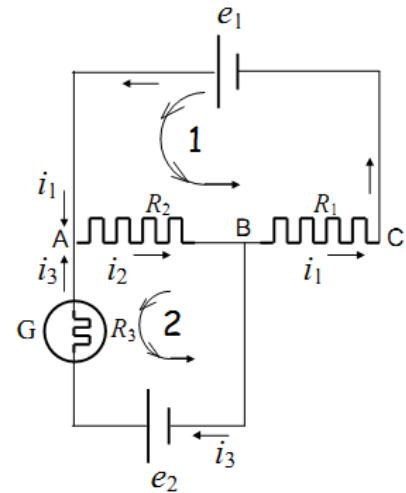
Exercice :

On considère le montage représenté sur la figure.

R_3 , est placé en série avec la deuxième pile sur la branche AB.

1- Calculer le courant i_3 qui traverse le galvanomètre. AN. $R_1 = 1000\Omega$, $R_2 = 500 \Omega$, et $R_3 = 0,01 \Omega$, $e_1 = 3$ volts et $e_2 = 3, 2$ volts.

2- On remplace la deuxième pile par une pile dont on veut mesurer la force électromotrice e_x . puis on fait varier les résistances R_1 et R_2 jusqu'à ce que le galvanomètre indique $i_3 = 0$. Les valeurs des résistances sont, dans ce cas, $R_1 = 750 \Omega$, et $R_2 = 360 \Omega$. Calculer la f.e.m de la nouvelle pile.



Solution

1- Les sens des courants et des parcours des mailles étant choisis arbitrairement comme l'indique la figure, on applique:

La loi des nœuds enA :

$$i_1 + i_3 = i_2$$

La loi des mailles:

$$\sum (e - Ri) = 0$$

Maille 1:

$$e_1 - R_2 i_2 - R_1 i_1 = 0$$

Maille 2:

$$-e_2 + R_3 i_3 + R_2 i_2 = 0$$

On obtient un système de 3 équations à 3 inconnues d'où:

$$i_3 = \frac{-R_2 e_1 + (R_1 + R_2) e_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} = 6,6 \text{ mA}$$

2- On remplace, dans le résultat précédent, e_2 par e_x . A l'équilibre $i_3 = 0$

$$e_x = \frac{R_2}{R_1 R_2} = 0,97 \text{ volts}$$

Chapitre IV

ELECTROMAGNETISME

Nous avons étudié, au premier chapitre, l'interaction électrique qui intervient entre deux corps électrisés. Nous allons considérer, à présent, une autre interaction, l'interaction magnétique, qui fait intervenir le champ magnétique.

IV.1. Champ magnétique

Le voisinage d'un aimant est caractérisé par l'existence d'un champ magnétique.

Un champ magnétique est une région de l'espace où, en chaque point, le pôle d'un petit aimant est soumis à l'action d'une force.

Comme en électrostatique, on définit un vecteur champ magnétique noté \vec{B} . Ce vecteur est tangent aux lignes de champ (figure IV.1).

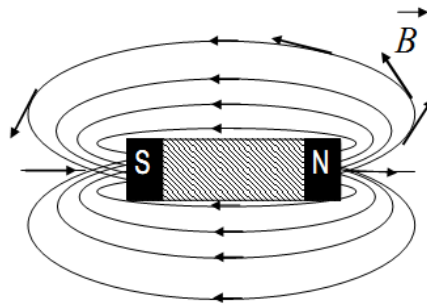


Figure IV.1

Les lignes du champ magnétique sortent du pôle nord (N) de l'aimant et rentrent par le pôle sud (S).

Unité : Dans le système M.K.S.A, le champ magnétique est mesuré en *tesla* (T).

IV.2. Action d'un champ magnétique sur le mouvement d'une charge électrique

IV.2.1. Force de Lorentz

Le physicien hollandais Hendrik Lorentz donne l'expression de la force \vec{F} qui s'exerce sur une charge ponctuelle q , se déplaçant à la vitesse \vec{V} dans des champs électrique et magnétique \vec{E} et \vec{B} :

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$$

En présence du seul champ magnétique \vec{B} ($\vec{E} = 0$), la force de Lorentz devient:

$$\vec{F} = q (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Un champ magnétique est une région de l'espace où, en l'absence du champ électrique \vec{E} , une charge q animée d'une vitesse \vec{V} , est soumise à l'action d'une force :

$$\vec{F} = q (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Cette nouvelle définition du champ magnétique est obtenue à partir de la force de Lorentz.

Cette force :

- a pour module: $F = q V B |\sin(\vec{V}, \vec{B})|$
- sa direction est la perpendiculaire au plan formé par \vec{V} et \vec{B}
- Son sens est tel que, dans le cas d'une charge positive, les vecteurs \vec{V} , \vec{B} et \vec{F} forment un trièdre direct (règle de la main droite). Lorsque la charge est négative la force change de sens.

Le sens de cette force est également donné par la règle du bonhomme d'Ampère:

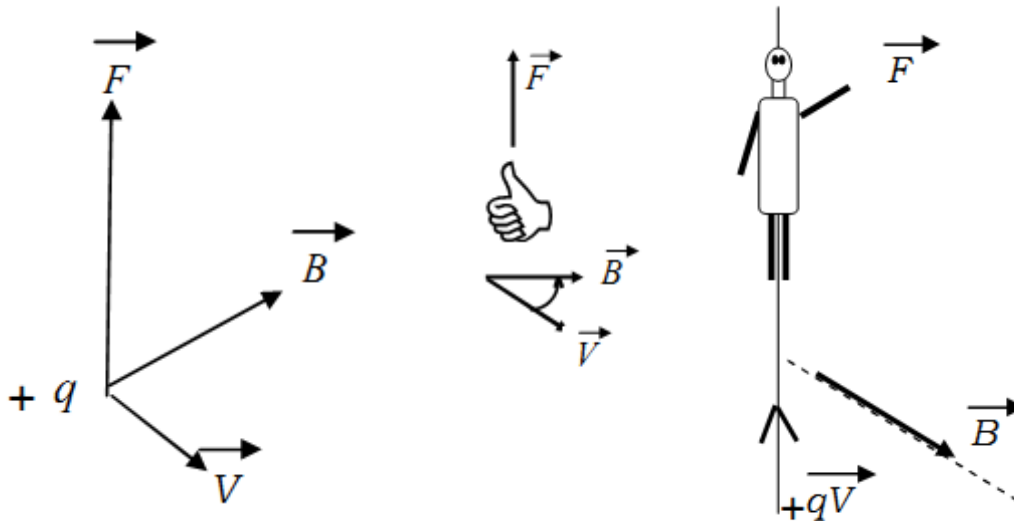


Figure IV.2

Le bonhomme d'Ampère, traversé des pieds vers la tête par la charge (+q) animée d'une vitesse V , voit fuir les lignes de champ, et à la force à sa gauche.

IV.2.2. Mouvement d'une particule dans un champ magnétique

Une particule, de masse m portant une charge électrique q , se déplace dans un champ magnétique uniforme B avec une vitesse constante V perpendiculaire à B . Elle est donc soumise à une force dont l'expression est:

$$\vec{F} = q (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Cette force est perpendiculaire à \vec{V} et \vec{B} et son module est:

$$F = q V B \quad (1)$$

Elle reste perpendiculaire à \vec{V} au cours du mouvement. Il n'y a donc pas d'accélération tangentielle. L'accélération étant centripète ($a=a_N$).

La relation fondamentale de la dynamique permet d'exprimer le module de la force sous la forme:

$$F = m \frac{V^2}{R} \quad (2)$$

R est le rayon de la trajectoire circulaire. Avec (1) et (2), il vient:

$$m \frac{V^2}{R} = q V B$$

A partir de cette expression, on obtient :

- Le rayon du cercle décrit par la particule: $R = \frac{m V}{q B}$

On note que plus le champ magnétique n'est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit.

- Le module de la vitesse angulaire du mouvement $\omega = \frac{V}{R}$ qui s'écrit: $\omega = \frac{q}{m} B$

ne dépend que du rapport q/m et de l'intensité du champ magnétique B .

Sens de la vitesse angulaire :

Dans un mouvement circulaire uniforme, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit:

$$\vec{F} = m \vec{a} = m (\vec{\omega} \wedge \vec{V})$$

on a : $m (\vec{\omega} \wedge \vec{V}) = q (\vec{V} \wedge \vec{B})$ soit $\vec{\omega} \wedge \vec{V} = -\frac{q}{m} (\vec{B} \wedge \vec{V})$

D'où $\vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$

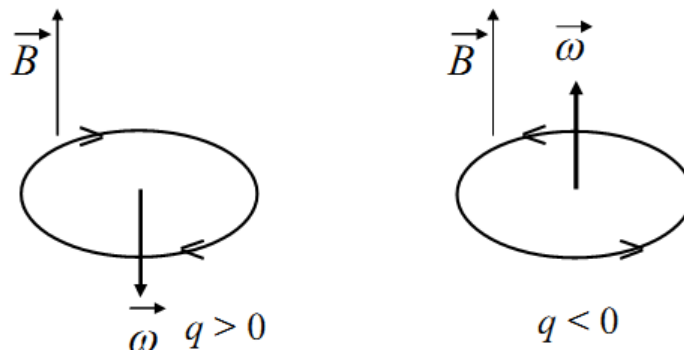


Figure IV.3

- Si la charge de la particule est positive ($q > 0$) ω et B sont de sens contraires.
- Sinon ($q < 0$) ω et B ont le même sens.

➤ **Cas où la vitesse initiale n'est pas perpendiculaire au champ:**

Dans ce cas, on décompose la vitesse en deux composantes:

$$\vec{V} = \vec{V}_{//} + \vec{V}_{\perp}$$

$\vec{V}_{//}$ est parallèle à \vec{B} : cette composante n'est pas affectée par \vec{B} , la particule prend un mouvement rectiligne et uniforme.

\vec{V}_{\perp} est perpendiculaire à \vec{B} : le mouvement de la particule est circulaire et uniforme.

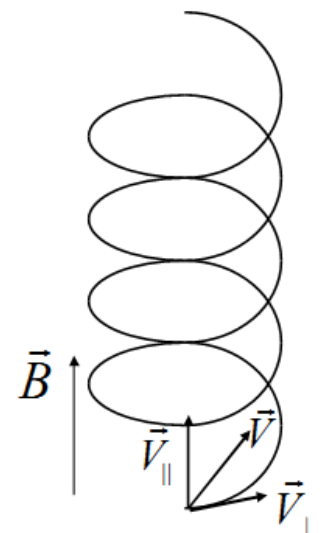


Figure IV.4

Le mouvement résultant est un mouvement hélicoïdal. La trajectoire est une hélice.

IV.3. Action d'un champ magnétique sur un courant électrique

IV.3.1. Force de Laplace

Lorsqu' un fil conducteur, parcouru par un courant I , est placé dans un champ magnétique \vec{B} , chaque élément dl du fil subit une force:

$$\vec{dF} = I \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

Cette force est perpendiculaire au plan formé par le champ \vec{B} et l'élément de courant considéré. Son sens est donné par la règle du bonhomme d'Ampère (§ IV.2.1).

Nous allons démontrer la loi de Laplace à partir de la force de Lorentz.

Considérons un élément de volume conducteur filiforme de longueur dl , de section S et parcouru par un courant I . Il est traversé à chaque instant par le même nombre N de charges et par conséquent par une même quantité infinitésimale de charges:

$$dQ = N q$$

Chaque charge ($+q$) subit de la part du champ magnétique B une force

$$q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

et les N charges subissent une force:

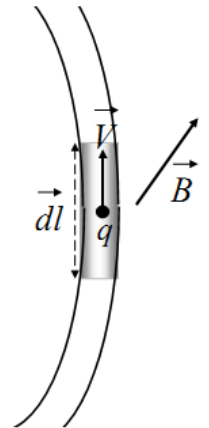
$$\vec{dF} = N q \vec{v} \wedge \vec{B} = dQ \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (3)$$

D'autre part : $dQ = N q = \rho dl S$ et $dQ \cdot \vec{v} = \rho \vec{v} dl S = I \vec{dl}$

Où ρ est la densité volumique de charges. L'expression (3) devient :

$$\vec{dF} = I \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

C'est l'expression de la loi de Laplace.



IV.4. Champ magnétique crée par un courant

IV.4.1. Loi de Biot et Savart

Les physiciens français Biot et Savart ont trouvé l'expression du champ magnétique obtenu lors de l'expérience d'Oersted.

Un fil conducteur rectiligne de longueur infinie, parcouru par un courant I , crée, en un point M de l'espace situé à une distance r du fil, un champ magnétique dont:

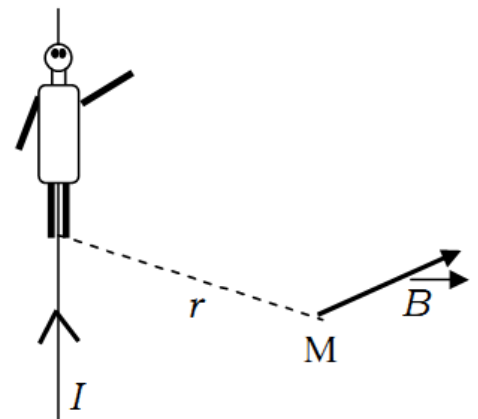


Figure IV.5

- la direction est telle que les lignes de champ soient des cercles axés sur le fil.
- le sens est donné par la règle du bonhomme d'Ampère: *celui-ci, lorsqu'il est parcouru par I, des pieds vers la tête, voit en M le champ à sa gauche* (figure IV.5).

- le module est:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \quad (4)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

Dans le système MKSA, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ henry par mètre: H/m.

Dans le cas d'un circuit fermé de forme quelconque, chaque élément de courant.

$I dl$, crée en M un champ élémentaire:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad (5)$$

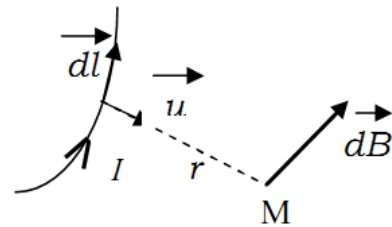


Figure IV.6

C'est l'expression de la loi de Biot & Savart dans le cas général.

Le vecteur \vec{u} est orienté, comme le montre la figure, de la source vers le point M.

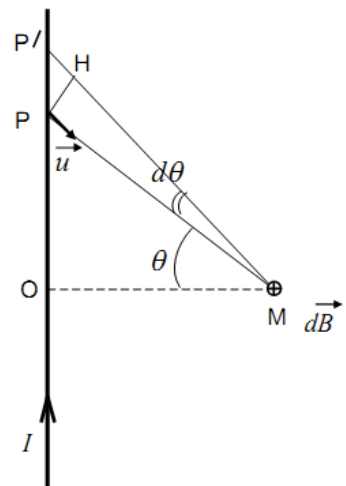
Exercice : Retrouver l'expression (4) du champ créé par un fil rectiligne de longueur infinie. AN: $I = 5 \text{ A}$ et $OM = a = 50 \text{ cm}$

Solution Le champ magnétique dB , créé au point M, par un élément $PP' = dl$ du fil considéré, est donné par l'expression (5):

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

D'où : $r = PM$

Ce champ est perpendiculaire en M au plan formé par dl et \vec{u} . Son sens est donné par la règle du bonhomme d'Ampère (voir la figure ci-contre). Son intensité est:



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \cos\theta}{r^2}$$

d'après la figure : $r = \frac{a}{\cos\theta}$ $PH = r d\theta \Rightarrow dl = \frac{r d\theta}{\cos\theta}$ d'où

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} \cos\theta d\theta \quad \text{et} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta d\theta \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} = 2\mu T$$

Remarque: Il existe une différence notable entre la nature vectorielle du champ électrique E et celle du champ magnétique B . E est un vecteur polaire (un vrai vecteur), il est dirigé suivant la droite qui joint la charge source au point M origine du champ. Par contre B est un vecteur axial ou pseudo vecteur, qui est défini à partir d'un produit vectoriel (loi de Biot).

IV.4.2. Champ créé par une spire circulaire en un point de son axe

Un élément dl d'une spire, parcourue par un courant I , produit en un point M de l'axe de la spire, un champ magnétique dB . Il est perpendiculaire à dl et u , son sens est donné par la règle du bonhomme d'Ampère et son module est :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$$

En raison de la symétrie du problème, toutes les composantes perpendiculaires à l'axe s'éliminent, et les composantes suivant oz

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2} \sin\theta$$

S'ajoutent. Le champ résultant est porté par l'axe de la spire et a pour valeur :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin\theta}{r^2} I \int_0^{2\pi R} dl \quad \text{soit :} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin\theta}{r^2} I R$$

R étant le rayon de la spire et sachant que $\sin\theta = \frac{R}{r}$ on a :

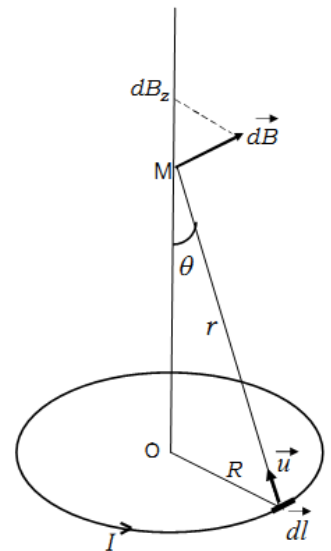


Figure IV.7

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{R^2}{r^3} I \quad \text{soit :} \quad B = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} I \quad (6)$$

Au centre de la spire, le champ a pour valeur :

$$B = \frac{\mu_0}{2R} I$$

IV.4.3. Dipôle magnétique

On peut écrire l'expression (6) du champ sur l'axe de la spire sous la forme:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\pi R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} I \quad \text{c'est à dire} \quad B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

où $M = \pi R^2 I$ est le module du moment magnétique de la spire.

Si le rayon R de la spire est très petit, il peut être négligé devant z, on a alors:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{z^3}$$

On retrouve une expression analogue à celle du champ électrique créé par un dipôle sur son axe :

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{z^3}$$

C'est la raison pour laquelle on dit qu'une spire, de très faible rayon, parcourue par un courant, constitue un dipôle magnétique.

Si on calcule le champ magnétique créé par un tel dipôle, on trouve un vecteur B dont les composantes radiale et tangentielle sont:

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M}{z^3} \cos\theta \quad \text{et} \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{z^3} \sin\theta$$

BIBLIOGRAPHIE

1. Y. GRANJON ; *Exercices et Problèmes d'Electricité* ; Dunod, Paris, (2003)
2. J L CAUBARRERE, *Electricité et ondes : cours et travaux pratiques* OPU Alger, (1986)
3. Collectif Ediscience: *La physique en fa : électrostatique et électrocinétique 1ère et 2ème année*; Ediscience international, (2010)
4. M.-N. SANZ, D. CHARDON, F. VANDENBROUCK, B. SALAMITO, *Physique tout-en-un PC, PC* : cours et exercices corrigés* ; Dunod, Paris (2014)
5. R. A. SERWAY, J. W. JEWETT, JR., A. DUCHARME, M. PÉRIARD, *Physique - Tome 2 Electricité et magnétisme*, Ed. De Boeck, (2013)
6. D. FEDULLO, T. GALLAUZIAUX, *Electricité: Réaliser son installation par soi-même*, Ed. Eyrolles, (2012)
7. L. AÏT GOUGAM, M. BENDAOU, N. DOULACHE, F. MEKIDECHE, *Polycopié de physique 2*, OPU Alger, (2012)
8. J-P. PEREZ, R. CARLES, R. FLECKINGER. *Electromagnétisme - Fondements et applications* Ed. Masson Paris (2001).