

Université 20 Aout 1955 Skikda

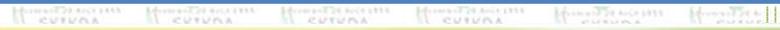
Faculté de Technologie

Département de Technologie



2017-2018

MANUSCRIT DE TRAVAUX PRATIQUES ONDES ET VIBRATIONS



Dr. Mohamed Réda Boudchicha

2017-2018

SOMMAIRE

TPN°1	MASSE - RESSORT.....	3
TPN°2	PENDULE SIMPLE	6
TPN°3	PENDULE DE TORSION.....	8
TPN°4	ETUDE DES OSCILLATIONS ELECTRIQUES.....	12
TPN°5	CIRCUIT ELECTRIQUE OSCILLANT RLC.....	15
TPN°6	PENDULES COUPLÉS	23
TPN°7	CORDE VIBRANTE.....	30
TPN°8	POULIE A GORGE SELON HOFFMANN	35
TPN°9	LE HAUT PARLEUR.....	37
TPN°10	PENDULE DE POHL.....	40
TPN°11	ONDE STATIONNAIRE DANS UN TUYAU.....	47
TPN°12	PROPAGATION D'UNE ONDE A LA SURFACE DE L'EAU.....	54
TPN°13	ANALYSE DES SIGNAUX ELECTRIQUE.....	57
TPN°14	MOMENT D'INERTIE ET VIBRATIONS DE TORSION THEOREME DE HUYGENS.....	64
TPN°15	TUBE A INTERFERENCES SELON QUINCKE.....	70

MASSE - RESSORT

Une vibration est un mouvement oscillatoire autour d'une position d'équilibre statique. le mouvement d'oscillation peut être périodique ou non périodique. un mouvement d'oscillation harmonique est un mouvement périodique décrit mathématiquement par la simple fonction sinusoïdale, c'est le mouvement oscillatoire de base et c'est le plus simple.

Un système mécanique à un degré de liberté est t'un système ne possédant qu'une seul coordonnée passible de déterminer sa position (translation ou rotation). Ce système en mouvement de vibration peut être libre (sans influence de forces extérieures) ou forcé. Il peut être aussi soit amortie (présence de forces de frottements) ou non amortie.

Le système mécanique constitué de masse-ressort-amortisseur est un oscillateur élémentaire de base qui est transposable à nombreuses applications.

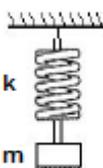
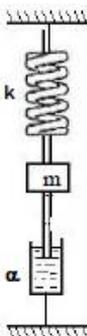
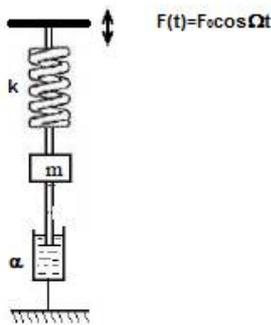
1 Objectif

- Etude d'un système oscillatoire masse -ressort.
- Mettre en évidence le phénomène de résonance.
- Etude de l'effet de l'amortissement sur la courbe de résonance.

2 Base Théorique

Considérons un corps de masse m suspendu à un ressort de raideur k sans masse. Supposons que l'on communique à la masse m un déplacement de z vers le bas, à partir de sa position d'équilibre et qu'on l'abandonne sans vitesse initiale.

L'équation du mouvement s'écrit dans les trois cas suivants: $F(t)$ étant la force extérieure et $f_\alpha(t)$ la force de frottement.

Libre non amortie	Libre amortie	Forcé amortie
$F(t) = 0$ et $f_\alpha(t) = 0$	$F(t) = 0$ et $f_\alpha(t) = -\alpha\dot{z}$	$F(t) = F_0\cos\Omega t$ et $f_\alpha(t) = -\alpha\dot{z}$
		
L'équation différentielle s'écrit		
$m\ddot{z} + \alpha\dot{z} + kz = 0$	$m\ddot{z} + \alpha\dot{z} + kz = 0$	$m\ddot{z} + \alpha\dot{z} + kz = F_0\cos\Omega t$

Pour chaque type d'oscillation, un nombre de grandeurs appropriés les caractérisent.

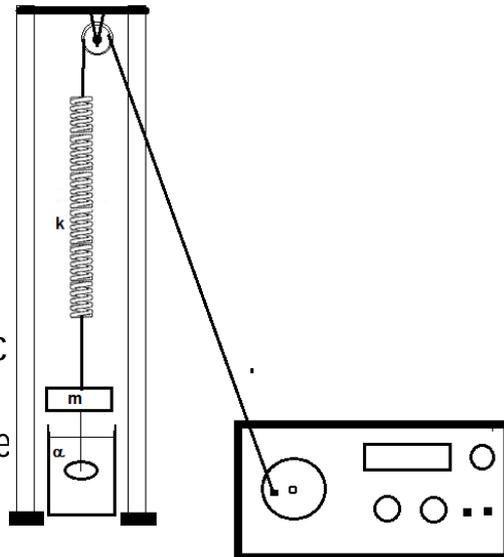
Libre non amortie	Libre amortie	Forcé amortie
Pulsation de vibration		
$\omega_0 = \sqrt{\frac{m}{k}}$ Dite pulsation propre	$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ avec $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$	Ω Pulsation de la force extérieure
La solution de l'équation différentielle (voir le cours)		
$z(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ A et φ : constantes d'intégrations, déduites des conditions initiales	$z(t) = C e^{\lambda t} \cos(\omega_p t + \varphi)$ C et φ : constantes d'intégrations, déduites des conditions initiales	$z(t) = A \cos(\Omega t + \Phi)$ A et Φ : ne sont pas des constantes d'intégrations, ils sont fonction de Ω .
Autres grandeurs caractérisant le mouvement		
X	Décroissement logarithmique δ $\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{z(t)}{z(t+nT_p)} = \lambda T_p$ Facteur de qualité	Phénomène de résonance Bande passante Facteur de qualité

3 Manipulation

Réaliser le montage montré sur la figure ci-dessous:

1- Etude du système libre non amortie

- Calculer la raideur k du ressort.
- Tirer la masse m de sa position d'équilibre et lâcher la sans vitesse initiale.
- Chronométrer la période d'oscillation T_0 (mesurer la temps de 2 oscillations).
- Ecrire la valeur de la période mesurer avec l'incertitude.
- Comparer cette valeur à la valeur théorique de la période.
- Commenter les résultats obtenus.



2- Etude du système libre amortie

L'amortissement est réaliser en faisant osciller le disque suspendue à la masse dans une éprouvette remplie d'eau. On peut régler l'intensité de se frottement on changeant le diamètre du disque.

- Tirer la masse m de sa position d'équilibre et lâcher la sans vitesse initiale.
- Déterminer les masses approprier pour avoir les trois régimes des oscillations libres amorties.

- Choisir deux masses différentes correspondants au régime pseudopériodique et faire des essais pour la mesure de la période d'oscillation. Commenter les résultats.
- Calculer pour chaque masse le décrétement logarithmique correspondant.
- Calculer le nombre de périodes au bout desquels le système aura perdu 95% de son amplitude initiale. Vérifier le résultat sur la maquette.

3- Etude du système forcé amortie

Le système est soumis à l'action d'une force extérieure harmonique par l'intermédiaire d'un moteur de vitesse angulaire Ω . Le point d'accrochage du système mécanique est excentré par rapport au centre du moteur comme montré sur la figure.

- Quelle est la valeur de l'amplitude statique de l'excitation.
- Relever l'amplitude de vibration, par rapport à la position d'équilibre, pour différentes valeurs de vitesse angulaire du moteur (faire suffisamment de mesures surtout au voisinage de la résonance).
- Observer le déphasage entre l'excitation et la réponse notamment à basses et hautes pulsations.
- Tracer la courbe représentant variation de l'amplitude en fonction de la pulsation d'excitation. Refaire le tracer en fonction de $\frac{\Omega}{\omega_0}$.
- En déduire la valeur expérimentale du facteur de qualité.
- Déterminer la valeur du coefficient d'amortissement et en déduire la valeur de la pulsation de résonance, puis comparer la avec celle de la courbe.

PENDULE SIMPLE

Un pendule simple est constitué d'une masse M considéré comme point matériel suspendue par un fil de masse négligeable et de longueur l . Cette masse est écartée de sa position d'équilibre puis lâché sans vitesse initiale. On mesure la période de l'oscillation de ce pendule en fonction de la longueur du fil et du déplacement angulaire.

1 Objectif

- Etude de période d'oscillation en fonction de la longueur de fil.
- Détermination de l'accélération de la pesanteur.
- Effet de l'amplitude de vibration sur la période d'oscillation.

2 Base théorique

A partir de loi de conservation de l'énergie, on a :

$$T + U = E_m = \text{const} \dots\dots\dots(1)$$

T est l'énergie cinétique donné dans notre cas par la formule : $T = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$

J étant le moment d'inertie du pendule simple : $J = Ml^2$

U est l'énergie potentielle de pesanteur, dont l'expression est : $U = +Mg(1 - \cos\theta)$.

L'équation (1) se résume alors à :

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}^2 + Mg l(1 - \cos\theta) = E_0 \dots\dots(2)$$

E_0 est une constante dont la valeur peut être déduite à partir du point d'inversion ($\theta = \theta_0$) ou $T = 0$. Dans ce cas l'équation (1) se résume à :

$$Mg l(1 - \cos\theta_0) = E_0 \dots\dots\dots(3)$$

L'équation (1) s'écrit alors :

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{l} [\cos\theta - \cos\theta_0]} \dots\dots\dots(4)$$

Donc

$$dt = \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{d\theta}{\sqrt{2 [\cos\theta - \cos\theta_0]}} \dots\dots\dots(5)$$

De $\theta = 0$ à $\theta = \theta_0$ le pendule effectue un quart de période

$$\frac{T}{4} = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{2 [\cos\theta - \cos\theta_0]}} \dots\dots\dots(6)$$

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{2[\cos\theta - \cos\theta_0]}} \dots \dots \dots (7)$$

Pour de petite angle θ_0 ($\theta_0 \leq 2^\circ$) on a

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots \dots (8)$$

3 Manipulation

On considère le cas ou les oscillations se font à petite angles ($\theta_0 \leq 2^\circ$).

Fixé l'angle initiale de vibration à 2° puis mesurer a l'aire de la cellule et du compteur la période d'oscillation correspondant à plusieurs longueur du fil du pendule. Faire trois fois l'expérience pour avoir une bonne estimation de la valeur de la période.

- Remplir le tableau suivant.

l							
T							

- Tracé la courbe représentant la variation de la période en fonction de la longueur de fil.

- A partir de la courbe, calculé la valeur de l'accélération terrestre g .

On considère maintenant le cas ou les oscillations se font à des angles θ_0 plus grands.

Mesurer la période d'oscillation correspondant à plusieurs déplacement angulaires θ_0 et remplir le tableau suivant

θ_0							
T							

- Tracé la courbe représentant la variation de la période en fonction de $\sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$.

PENDULE DE TORSION

On considère un pendule de torsion un dispositif constitué d'un fil ou barre métallique, de constante de torsion C . A l'une de ses extrémités on suspend une tige horizontale, l'autre extrémité étant fixée à un support. Si la tige est écartée de sa position d'équilibre d'un certain angle ϕ , la barre métallique exerce un couple de rappel proportionnel à l'angle imposé. Si la tige est libérée, on observe un mouvement oscillatoire périodique de la tige autour de sa position d'équilibre.

On appelle J le moment d'inertie de la tige par rapport à un axe passant par son centre.

Sur la tige horizontale on peut positionner deux masselottes de façon symétrique afin de modifier le moment d'inertie.

1 objectif de la manipulation

- Détermination de la constante de torsion de la barre métallique.
- Détermination du moment d'inertie J de la tige.
- Etude de l'influence de la nature, de la longueur et de l'épaisseur de la barre sur la période d'oscillation.
- Détermination du module d'élasticité au cisaillement de la barre en fonction de sa nature (acier, cuivre, aluminium et du laiton).

2 Base théorique

Si un corps continu, homogène et élastique est soumis à l'action d'une contrainte de cisaillement, il subit une déformation, tel que la loi de Hooke donne:

$$\hat{\tau} = \hat{C}\hat{\varepsilon}$$

$\hat{\tau}$: tenseur de contrainte, $\hat{\varepsilon}$: tenseur de déformation et \hat{C} : tenseur d'élasticité et qui peut s'écrire sous forme indicielle :

$$\tau_{ij} = \sum_{k,l} C_{ij}^{kl} \varepsilon_{kl}$$

Le tenseur \hat{C} est symétrique pour un corps élastique, de sorte que les 81 composants se réduisent à 21 composants. Dans le cas d'un corps isotropique le nombre de composants se réduit à deux qui sont le module d'élasticité E et le module de cisaillement G .

Tel que la relation entre contraintes et déformation se réduit aux équations suivantes:

$$\begin{cases} \tau_{11} = \frac{E}{1+\mu} \left[\varepsilon_{11} + \frac{\mu}{1-2\mu} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \right] \\ \tau_{12} = G \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_{12} \end{cases} \quad \mu: \text{coéf de Poisson}$$

et de la même manière pour ε_{22} , ε_{33} , ε_{13} , et ε_{23} .

Dans notre cas, si la barre est écarté d'un angle θ , elle sera soumise à un couple de torsion Γ_z tel que :

$$\begin{aligned} \Gamma_z &= \int_0^R d\Gamma_z \\ \text{où} \quad d\Gamma_z &= \int_0^{2\pi} dF_x \cdot r \end{aligned}$$

$$\text{avec} \quad dF_x = G \cdot \omega \cdot dS = G \cdot \frac{r \cdot \phi}{L} \cdot r dr \cdot d\alpha$$

On obtient alors:

$$d\Gamma_z = \frac{2\pi G r^3 \phi dr}{L}$$

et enfin le moment résultant

$$\Gamma_z = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R^4}{L} \cdot G \cdot \phi$$

Le module de torsion relie entre le moment du couple appliqué à la barre et l'angle de déformation ϕ , tel que:

$$\Gamma_z = -D \phi \dots \dots \dots (1)$$

On obtient alors:

$$D = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R^4}{L} \cdot G$$

D'après le théorème du moment cinétique, on a :

$$J \cdot \ddot{\phi} = \Gamma_z = -D \phi \quad (2)$$

$$\text{Avec} \quad \ddot{\phi} = \frac{d^2 \phi}{dt^2}$$

L'équation différentielle du mouvement sera donc :

$$J \cdot \frac{d^2 \phi}{dt^2} + D \phi = 0 \quad (3)$$

$$\text{Ou} \quad J \cdot \ddot{\phi} + D \phi = 0 \quad (4)$$

$$\text{Ou} \quad \ddot{\phi} + \frac{D}{J} \phi = 0 \quad (5)$$

En posant $\omega_0^2 = \frac{D}{J}$

L'équation (5) s'écrit :

$$\ddot{\phi} + \omega_0^2 \phi = 0 \quad (6)$$

ω_0 étant la pulsation propre d'oscillation qui est en relation avec la période propre d'oscillation T_0 par la relation

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (7)$$

On en déduit des relations précédentes que

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} = 2\pi \sqrt{J \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{L}{G} \cdot R^{-2}} \quad (8)$$

3- Manipulation

Il faut s'assurer dans toute les manipulations à effectuer que les barres à torsion soient positionnées verticalement sur la poutre.

Détermination du module de torsion de la barre métallique

Le montage est exécuté suivant la figure 2. Pour la détermination du module de torsion d'une barre métallique, on écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle ϕ ne dépassant pas 30° pour ne pas atteindre la limite d'élasticité du matériau. A l'aide d'un dynamomètre placé perpendiculairement à la tige, à une distance d de l'axe principale de rotation, on mesure le couple de force nécessaire pour maintenir la tige à cette position hors équilibre.

Remplir le tableau suivant:

Nature du matériau:....., Longueur L=....., Epaisseur R=..... et angle ϕ =.....				
d(m)	F(N)	$\Gamma_z = F \cdot d$ (N.m)	$D = \Gamma_z / \phi$	D_{moy}

- En déduire le module de Coulomb G.

Détermination du moment d'inertie de la tige

On choisira dans ce cas la barre en acier pour la détermination du moment d'inertie de la tige avec les masselottes positionnées symétriquement à des distances d de l'axe de rotation.

Ecarté la tige de sa position d'équilibre et lâché librement.

Mesurer à l'aide de la barrière lumineuse et le compteur la période de vibration. Remplir le tableau suivant:

$\phi = 20^\circ$												
	$d_1 = 5\text{cm}$			$d_2 = 10\text{cm}$			$d_3 = 15\text{cm}$			$d_4 = 20\text{cm}$		
T												
T _{moy}												
J												
J _{moy}												

- Tracer la fonction $J = f(d^2)$ et en déduire le moment d'inertie de la tige.

Etude de l'effet de la longueur et de l'épaisseur de la barre sur la période d'oscillation:

Dans cette expérience nous utiliserons la barre en aluminium.

En procédant comme précédemment remplir les tableaux suivants;

Effet de la longueur sur la période d'oscillation

$\phi = 20^\circ, R = \dots \text{cm}$												
	$l_1 = \dots \text{cm}$			$l_2 = \dots \text{cm}$			$l_3 = \dots \text{cm}$			$l_4 = \dots \text{cm}$		
T												
T _{moy}												

- Tracer la fonction $T = f(l)$. Prendre en compte les incertitudes.

Effet de l'épaisseur sur la période d'oscillation

$\phi = 20^\circ, l = \dots \text{cm}$												
	$R_1 = \dots \text{cm}$			$R_2 = \dots \text{cm}$			$R_3 = \dots \text{cm}$			$R_4 = \dots \text{cm}$		
T												
T _{moy}												

- Tracer la fonction $\frac{1}{T} = f(R^2)$. Prendre en compte les incertitudes.

- En déduire le module de Coulomb G.

ETUDE DES OSCILLATIONS ELECTRIQUES

Un phénomène est dit périodique lorsqu'il se répète de manière identique à des intervalles de temps égaux T , appelé période.

Le plus simple des mouvements périodiques est un mouvement harmonique. Il lui correspond une représentation mathématique très simple qui est la fonction sinusoïdale.

$$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

ou $X(t)$ représente la grandeur physique (position, tension, courant, champ électrique...etc.).

1 Objectif

- Etude des oscillations électriques par visualisation sur oscilloscope.
- Détermination des paramètres physiques appropriés à une oscillation, tel que: fréquence, amplitude et phase initiale.
- Etude de la superposition de deux oscillations électriques sinusoïdales.

2 Base Théorique

Le résultat de la composition de deux signaux électriques dépend de leurs sens et de leur pulsation respective.

1- Dans le cas ou les deux signaux sont de même sens.

Soit les deux signaux électriques

$$X_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \text{ et } X_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

La composition de ces deux signaux est $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$ tel que:

$$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

-Avec A constant dans le cas ou $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

- Dans le cas ou $\omega_1 \neq \omega_2$, le signal résultant est périodique sauf que l'amplitude A varie. Dans le cas particulier ou ω_1 est au voisinage de ω_2 on obtient un signal en forme de battement.

1- Dans le cas ou les deux signaux sont perpendiculaires.

Le résultat de la superposition de tel signaux électriques est représenté par une trajectoire fermée dite courbe de Lissajous. La forme de cette courbe dépend du rapport des fréquences f_1 et f_2 des deux signaux.

3 Manipulation

Réaliser le montage montré sur la figure.

A- Etude d'un signal électrique

- Visualiser les deux tension aux bornes des deux générateurs.
- Déterminer l'amplitude et la fréquence des deux tensions.

B- Etude de la composition de deux signaux électriques de même pulsation et de même sens

1- Trouver théoriquement l'expression de l'amplitude A et le déphasage φ en fonction de A_1 , A_2 , φ_1 et φ_2 .

2- En utilisant l'oscilloscope:

- Visualiser le signal $v_1(t)$ du premier générateur en mettant l'oscilloscope sur la position CH1. Régler sur 1V et 1KHz.

- Visualiser le signal $v_2(t)$ du deuxième générateur en mettant l'oscilloscope sur la position CH2. Régler sur 1V et 1KHz.

- Pour visualiser les deux signaux, mettre l'oscilloscope sur la position DUAL.

- Pour voir le résultat de la composition mettre l'oscilloscope sur ADD.

- Commenter le résultat obtenu.

C- Etude de la composition de deux signaux électriques de pulsations proche et de même sens

Donner l'expression théorique de la composition $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$ Dans le cas ou $A_1 = A_2$

- Faire varier la fréquence f_2 de la valeur 1KHz. Commenter le résultat.

- Mesurer le période du mouvement, la période de l'amplitude et la période de battement.

- Tracer la courbe.

D-Etude de la composition de deux signaux électriques de direction perpendiculaire et de même pulsations

Donner l'expression théorique de la composition $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$ Dans le cas ou $A_1 = A_2$ et $\varphi_1 = 0$.

- Visualiser le signal $v_1(t)$ du premier générateur en mettant l'oscilloscope sur la position CH1. Régler sur 1V et 1KHz.

- Visualiser le signal $v_2(t)$ du deuxième générateur en mettant l'oscilloscope sur la position CH2. Régler sur 1V et 1KHz.

- Pour visualiser les deux signaux, mettre l'oscilloscope sur la position DUAL.

- Pour combiner les deux signaux de façon perpendiculaire mettre l'oscilloscope sur la position XY.

- Pour avoir un tracé stable sur l'écran de l'oscilloscope régler la fréquence de l'un des générateurs de façon délicate.

- Commenter la courbe obtenue sur l'oscilloscope et tracé la.

E-Etude de la composition de deux signaux électriques de direction perpendiculaire et de pulsations multiples (figure de Lissajous)

Refaire la manipulation D dans les différent cas suivants:

$$f_2 = 2f_1, f_2 = 3f_1, f_2 = \frac{3}{2}f_1, f_2 = \frac{4}{3}f_1$$

- Dans chaque cas tracer ce que vous observer sur l'écran de l'oscilloscope, en donnant le nombre d'intersections avec les arrêtes du rectangle.

CIRCUIT ELECTRIQUE OSCILLANT RLC

Un circuit électrique constitué d'une bobine d'inductance (L), d'un condensateur de capacité (C) et de charge (q) et d'une résistance (R) représente un système oscillant équivalent à un système mécanique masse-amortisseur et ressort. Ce système peut osciller comme dans le cas du système mécanique en régime libre ou en régime forcé. Les lois qui gouvernent l'état d'un circuit électrique oscillant sont régies par la loi des mailles.

Part I Etude du régime libre

I-1 Objectif

Le but de cette étude peut se résumer à :

1. Mettre en évidence une oscillation pseudopériodique, calcul de la pseudo-période et calcul du décrément logarithmique.
2. Mettre en évidence le régime critique.
3. Mettre en évidence le régime apériodique.

I-2 Base Théorique

Dans un circuit électrique un condensateur de charge q, inductance et résistance sont montés en série, comme représenté dans la figure 1, l'application de la loi des mailles donne :

$$-V_c(t) + V_L(t) + V_R(t) = 0 \quad (1)$$

On a aussi $V_c(t) = \frac{q(t)}{c}$, $V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$, $V_R(t) = Ri(t)$

et l'intensité $i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dCV_c(t)}{dt}$

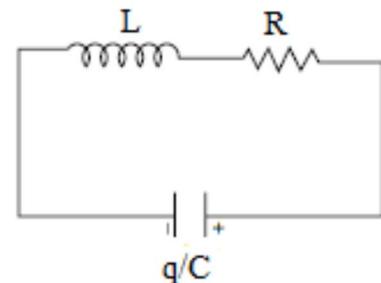


Figure 1

L'équation (1) peut s'écrire alors tel que :

$$V_c + CL \frac{d^2 V_c}{dt^2} + CR \frac{dV_c}{dt} = 0 \quad (2)$$

Se qui équivaut à :

$$\ddot{V}_c + \frac{R}{L} \dot{V}_c + \frac{1}{CL} V_c = 0 \quad (3)$$

C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants. La solution de cette équation dépend du signe du discriminant $\Delta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}$ de

l'équation caractéristique, donc de la valeur de $\frac{R}{2L}$ par rapport à $\sqrt{\frac{1}{CL}}$.

Cas où $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$: on aura alors $\Delta < 0$, dans ce cas le système est sous amortie et la solution générale de l'équation différentielle s'écrit:

$$V_c(t) = V_{c0} e^{-\left(\frac{R}{2L}\right)t} \cos(\omega_p t + \varphi) \quad (4) \quad \text{où } \omega_p = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

On définit la pseudo-période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$

Aussi On définit le décrement logarithmique δ du système, tel que:

$$\delta = \ln \left(\frac{V_c(t)}{V_c(t+T_p)} \right) = \lambda T_p \quad (5)$$

avec $\lambda = \frac{R}{2L}$

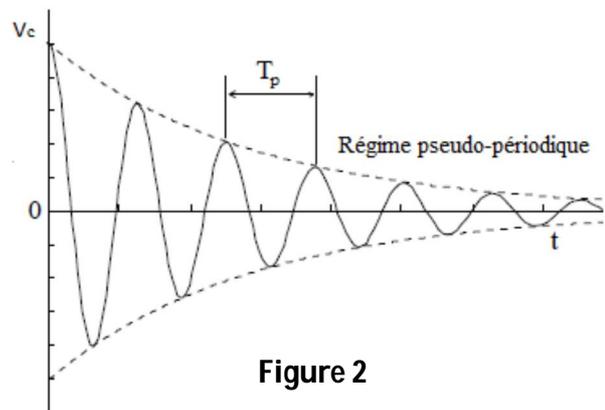


Figure 2

1. **Cas où** $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$:

Dans ce cas le système est en régime critique et la solution générale de l'équation différentielle s'écrit:

$$V_c(t) = e^{-\lambda t} (A_1 t + A_2) \quad (6)$$

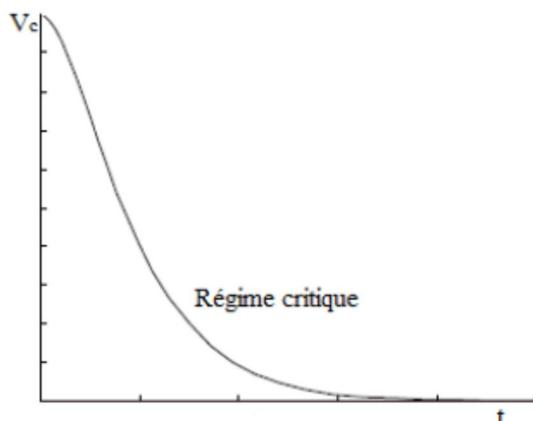


Figure 3

2. **Cas où** $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$:

Dans ce cas le système est en régime aperiodique ou suramortie. La solution générale de l'équation différentielle s'écrit:

$$V_c(t) = A_1 e^{[-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}]t} + A_2 e^{[-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}]t}$$

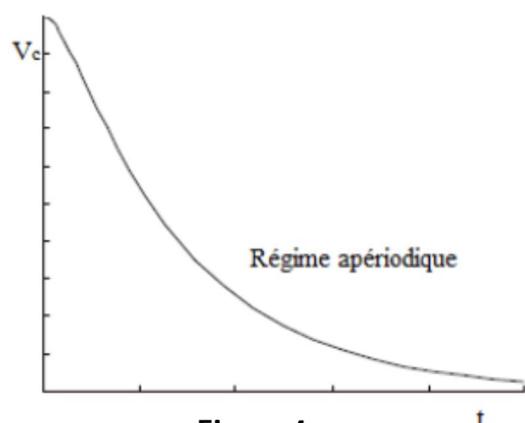


Figure 4

I-3 Manipulation

Réaliser le montage électrique ci-contre en suivant les étapes mentionnées:

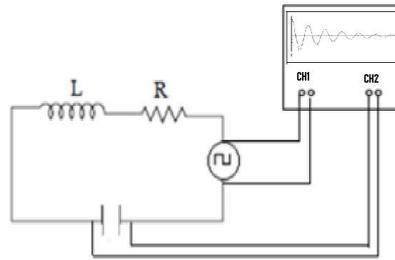


Figure 5

1. Mettre les éléments RLC en série puis relier à un générateur de tension électrique.
2. Connecter les bornes du générateur à l'entrée CH1 de l'oscilloscope en utilisant un câble coaxial.
3. Relier les bornes du condensateur à l'entrée CH2 de l'oscilloscope grâce au câble coaxial.
4. Mettre le générateur de tension en mode carré et régler la tension à 1V et la fréquence à 128 Hz en utilisant l'oscilloscope.

La résistance totale du circuit R_{tot} est la somme de la résistance interne du générateur $R_g=50\Omega$, de la résistance de la bobine R_L , de la résistance des fils de connections R_f , de la résistance de perte du condensateur R_c et de la résistance R du circuit.

$$R_{\text{tot}} = R_g + R_L + R_f + R_c + R$$

1- Mettre en évidence les oscillations amorties

- Mettre la résistance $R=0$ puis visualiser le signal du générateur grâce au mode CH1.
- Visualiser aussi le signal de la tension aux bornes du condensateur grâce au mode CH2.
- Mettre l'oscilloscope en mode dual (CH1 & CH2). Que représente-les signaux visualisés?

2- Etude de la variation du décrétement logarithmique en fonction de la capacité C

Fixer la résistance $R = 0$ et en variant la capacité du condensateur entre $C = 0,1\mu\text{F}$, $C=0,33\mu\text{F}$ et $C = 1\mu\text{F}$

- Relever les premières valeurs maximales successives A_1 et A_2 de V_c et mesurer la pseudo période T_p .

- Remplir le tableau suivant:

C(μ F)	A ₁	A ₂	T _p ^{mes}	T _p ^{cal}	δ ^{mes}	δ ^{cal}	$\frac{\Delta\delta}{\delta}$ (%)
0.1							
0.33							
1							

- Tracer δ^2 en fonction de C
- Commenter vos observations et vos résultats.

3- Etude de la variation du décrétement logarithmique en fonction la résistance R

Fixer la capacité du condensateur à C = 0,1 μ F et en variant la résistance entre R = 68 Ω , R = 150 Ω et R = 330 Ω

- Comme précédemment remplir le tableau suivant:

R(Ω)	A ₁	A ₂	T _p ^{mes}	T _p ^{cal}	δ ^{mes}	δ ^{cal}	$\frac{\Delta\delta}{\delta}$ (%)
68							
150							
330							

- Tracer δ^2 en fonction de R²
- Commenter vos observations et vos résultats.
- Faire tous les calculs en considérant les incertitudes.

Part II Etude du régime forcé

Le circuit électrique RLC est alimenté par une source de tension alternative $E(t) = E_0 \cos t$

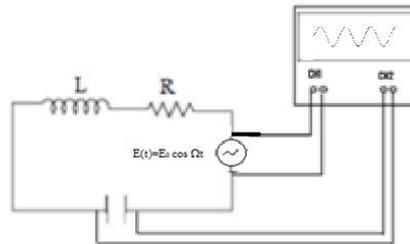


Figure 6

II-1 Objectif

Le but recherché est:

1. L'étude de la variation de l'amplitude de vibration en fonction de la pulsation excitatrice.
2. Etude de la variation de la différence de phase en fonction de la pulsation excitatrice.
3. Détermination du coefficient de qualité Q .

II-2 Base Théorique

L'application la loi des mailles sur un tel système donne:

$$V_c + CL \frac{d^2 V_c}{dt^2} + CR \frac{dV_c}{dt} = E(t) \quad (1)$$

qui peut se mettre sous la forme

$$\ddot{V}_c + \frac{R}{L} \dot{V}_c + \frac{1}{CL} V_c = \frac{E_0}{CL} \cos \Omega t \quad (2)$$

L'équation obtenue est une équation différentielle non-homogène du deuxième ordre. La solution générale $V_c(t)$ d'une telle équation est la somme de la solution de l'équation homogène sans le deuxième membre $V_c^H(t)$ et de la solution particulière de l'équation différentielle avec second membre $V_c^P(t)$.

Pour des temps suffisamment long la solution homogène s'annule, c'est pour ça qu'elle est appelée solution transitoire. Il ne reste que la solution particulière dite aussi solution permanente qui a la forme:

$$V_c^P(t) = V_{c_0} \cos(\Omega t + \varphi) \quad (3)$$

avec l'amplitude

$$V_{c_0} = \frac{E_0}{[(RC\Omega)^2 + (1 - LC\Omega^2)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

et le déphasage

$$\varphi = \arctg \frac{RC\Omega}{(1 - LC\Omega^2)} \quad (5)$$

A la résonance l'amplitude atteint sa valeur maximale V_{c0}^{max}

$$\text{pour } \Omega = \Omega_{rés} = \frac{2LE_0}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \quad (6)$$

$$\text{D'où } V_{c0}^{max} = \left[\frac{-R^2C^2 + 2LC}{2L^2C^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

En considérant le cas où R^2C^2 est très petit devant LC , l'expression de la pulsation de résonance et du maximum de l'amplitude sera avec une bonne approximation:

$$\begin{cases} \Omega_{résonance} = \frac{1}{[LC]^{\frac{1}{2}}} = \omega_0 \\ V_{c0}^{max} = \frac{LE_0}{R\sqrt{LC}} = \left(\frac{L\omega_0}{R} \right) E_0 \end{cases} \quad (8)$$

La figure suivante représente les variations de V_{c0} en fonction de la pulsation d'excitation est appelée courbe de résonance en amplitude.

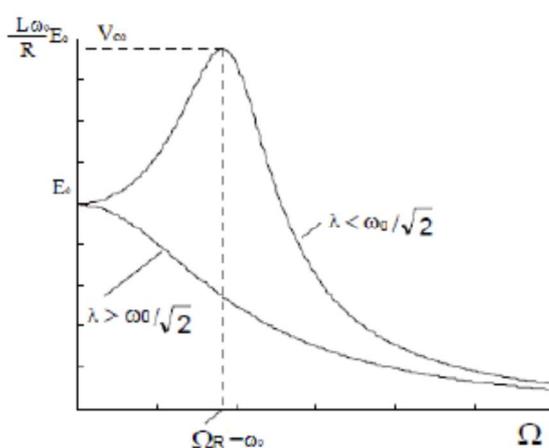


Figure 7: Courbe de résonance

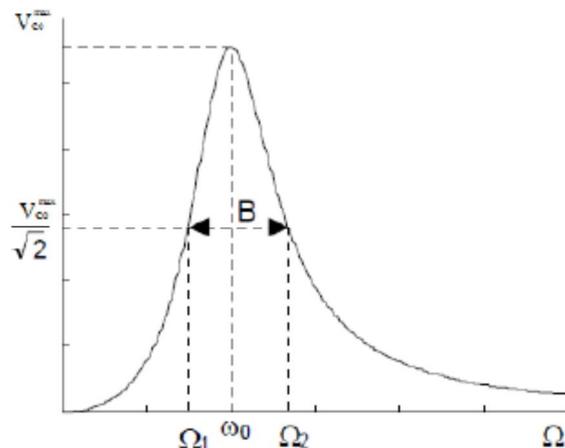


Figure 8: Courbe de résonance avec bande passante

Le facteur de qualité est défini comme suit:

$$Q = \frac{V_{c0}(\Omega_{résonance})}{V_c(0)} = \frac{V_{c0}^{max}}{E_0} \quad \text{d'où} \quad Q = \frac{L\omega_0}{R} \quad (9)$$

On définit aussi la bande passante, la bande des pulsations autour de ω_0 pour lesquelles

$$V_{c0} \geq \frac{V_{c0}^{max}}{\sqrt{2}}$$

Les deux pulsations Ω_1 et Ω_2 pour lesquelles $V_{c0}(\Omega_1) = V_{c0}(\Omega_2) = \frac{V_{c0}^{max}}{\sqrt{2}}$, sont appelées pulsations de coupure. La bande passante est définie par:

$$B = \Omega_2 - \Omega_1$$

Dans le cas où R^2C^2 est très petit devant LC , on a approximativement les égalités suivantes:

$$\begin{cases} B = \frac{R}{L} \\ Q = \frac{L}{R\omega_0} = \frac{1}{B\omega_0} \end{cases} \quad (10)$$

II-3 Manipulation

On utilise le même montage électrique de la précédente manip, on règle cependant la tension d'alimentation sur un signal sinusoïdal d'amplitude 1V.

1- Etude de la variation de l'amplitude A_{c0} et du déphasage en fonction de la fréquence d'excitation f_{exc}

Fixer la résistance $R = 0$ et la capacité du condensateur à $C = 0,1\mu F$

- Relever les valeurs de l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur V_{c0} , en fonction de la fréquence d'excitation f_{exc} et remplir le tableau ci dessous

R=0Ω									
f_{exc}									
Ω_{exc}									
V_{c0}^{mes}									
V_{c0}^{cal}									

- Tracer la courbe V_{c0} en fonction de la fréquence d'excitation f_{exc} .
- Déterminer la fréquence de résonance $f_{rés}$
- A partir de la courbe de résonance, calculer le facteur de qualité Q_{exp} et le comparer avec celui calculé Q_{cal} .
- Relever à la résonance, le déphasage entre la tension excitatrice du générateur et la tension aux bornes du condensateur.
- Refaire la même chose en fixant la résistance à $R = 68\Omega$, $R = 150\Omega$ et $R = 330\Omega$.

R=68Ω									
f_{exc}									
Ω_{exc}									
V_{c0}^{mes}									
V_{c0}^{cal}									
R=150Ω									
f_{exc}									
Ω_{exc}									
V_{c0}^{mes}									
V_{c0}^{cal}									
R=330Ω									
f_{exc}									
Ω_{exc}									
V_{c0}^{mes}									
V_{c0}^{cal}									

- Commenter vos observations et vos résultats.
Remarque: Faire tous les calculs avec les incertitudes.



PENDULES COUPLÉS

Partie I Étude des systèmes oscillants à un degré de liberté

I-1 Objectif

- 1- Déterminer la période propre du pendule oscillant à un degré de liberté.
- 2- Détermination du moment d'inertie du pendule

I-2 Base théorique

On écarte le pendule P_1 de la verticale (axe Δ) et on le lâche. Si θ_1 (supposé petit) est l'écart du pendule P_1 par rapport à la verticale à l'instant t , on peut chercher l'équation $\theta(t)$.

En utilisant les équations de Lagrange, on trouve l'équation différentielle qui régit le mouvement tel que:

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + \left(M + \frac{m}{2}\right) gL \theta_1 = 0 \quad (1)$$

J_1 : Moment d'inertie ; M : masse du disque; m : masse de la tige; L : longueur de la tige

En posant $\omega_{01}^2 = \frac{\left(M + \frac{m}{2}\right) gL}{J_1}$

avec ω_{01} : Pulsation propre de l'oscillation libre du pendule P_1 .

L'équation (1) s'écrit :

$$\ddot{\theta}_1 + \omega_{01}^2 \theta_1 = 0 \quad (2)$$

Dans le cas où $M \gg m$, la pulsation ω_{01} se réduit au terme: $\omega_{01}^2 = \frac{g}{L}$

-Mesurer les deux masses M et m ainsi que la longueur L .

I-3 Manipulation

1- Détermination de la période caractéristique de chacun des pendules:

Les deux pendules P_1 et P_2 oscillent autour de leur axe de rotation indépendamment l'un de l'autre. Chaque pendule est un système à un degré de liberté et peut être étudié séparément de l'autre.

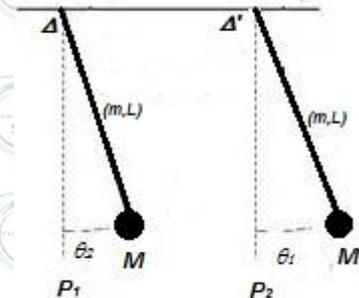


Figure 1

- Etude du pendule P_1

On écarte le pendule P_1 de sa position d'équilibre de θ_{01} . Mesurer les temps séparant 10 maxima d'oscillations successifs et répéter 3 fois l'expérience, en déduire la période T_{01} , la fréquence f_{01} et la pulsation ω_{01} caractéristique du pendule libre P_1 . Remplir le tableau suivant:

$\theta_{01} \Leftrightarrow X_{01}(\text{cm})$	2	4	6
$t = 10T_{01}$ (s)			
t_{moy} (s)			
$f_{01} = 10/t$			
$\Delta f_0 / f_0$			
ω_{01}			

A partir de l'expression de la pulsation théorique du pendule, en déduire le moment d'inertie J_1 . Comparer avec la valeur de $J_{\text{théorique}}$. Expliquer l'écart entre les deux valeurs si elle existe.

- Etude du pendule P_2

Refaire les mêmes mesures effectués sur le pendule P_1 .

$\theta_{02} \Leftrightarrow X_{02}(\text{cm})$	2	4	6
$t = 10T_{02}$ (s)			
t_{moy} (s)			
$f_{02} = 10/t$			
$\Delta f_0 / f_0$			
ω_{02}			

- Comparer les deux résultats des deux pendules. Faire un commentaire.

Partie II Étude des systèmes oscillants à deux degrés de libertés

II-1 Objectif

- 1- Etudier un système libre à deux degrés de libertés.
- 2- Maitre en évidence les modes de vibrations propres et mesure des périodes propres
- 3- Vérifier que dans le cas général, le mouvement de chacun des pendules s'écrit comme une superposition de deux mouvements oscillatoires (modes propres) avec amplitude modulée (battements).

II-2 Base théorique

La figure 2 représente deux pendules oscillant dans le plan Oxz. Ils sont couplés par un ressort de constante de raideur k. La déformation du ressort exerce un couple de rappel sur chacun des pendules proportionnel à la position relative des pendules $|\theta_1 - \theta_2|$ et à la constante k liée à sa raideur.

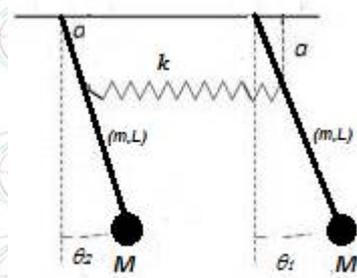


Figure 2

Nous considérerons ici uniquement des oscillations linéaires, donc les angles d'oscillations devront rester petits ($\theta_1, \theta_2 \ll 1$).

Le système d'équation différentielle qui régit le mouvement des 2 pendules s'écrit :

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + M'gL\theta_1 + ka^2\theta_1 - ka^2\theta_2 = 0 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + M'gL\theta_2 + ka^2\theta_2 - ka^2\theta_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$M' = M + \frac{m}{2}$, ou alors $M' = M$ dans le cas ($M \gg m$)

En considérant le barycentre de chaque pendule (G) à la même distance par rapport à l'axe de rotation, on a : $J_1 = J_2 = J$

En posant: $\omega_0^2 = \frac{M'gL}{J}$ et $\chi^2 = \frac{ka^2}{J}$ (2)

On obtient:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \omega_0^2\theta_1 + \chi^2(\theta_1 - \theta_2) = 0 \\ \ddot{\theta}_2 + \omega_0^2\theta_2 + \chi^2(\theta_2 - \theta_1) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

La solution générale du système d'équations peut s'écrire :

$$\begin{cases} \theta_1 = A\cos(\omega't + \varphi_1) + B\cos(\omega''t + \varphi_2) \\ \theta_2 = A\cos(\omega't + \varphi_1) - B\cos(\omega''t + \varphi_2) \end{cases} \quad (4)$$

Avec
$$\begin{cases} \omega' = \omega_0 \\ \omega'' = \sqrt{\omega_0^2 + 2\chi^2} \end{cases} \quad (5) \text{ pulsations propres du système}$$

Les constantes A , B , φ_1 et φ_2 sont alors déterminées par les conditions initiales.

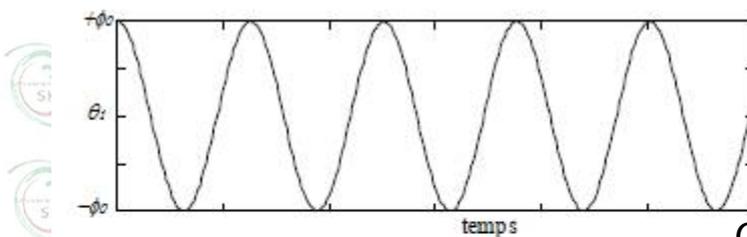
Nous allons étudier la solution de trois cas particuliers dépendant des conditions initiales.

1. Cas A:

À l'instant $t = 0$, on donne aux deux pendules la même amplitude initiale ϕ_0 et on les lâche sans vitesse initiale $\theta_1 = \theta_2 = \phi_0$, $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$,

Dans ce cas l'amplitude sera $B = 0$ et les deux pendules se déplacent en phase avec la pulsation ω' .

$$\theta_1 = \theta_2 = A\cos\omega't \quad (6)$$



Oscillation en phase

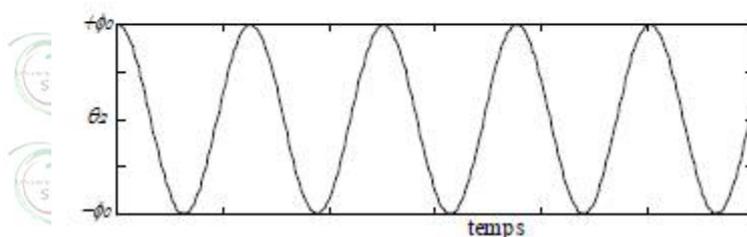


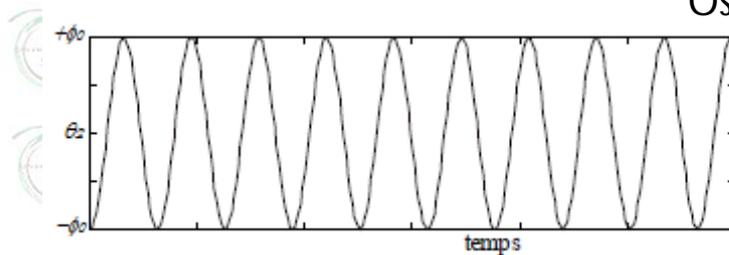
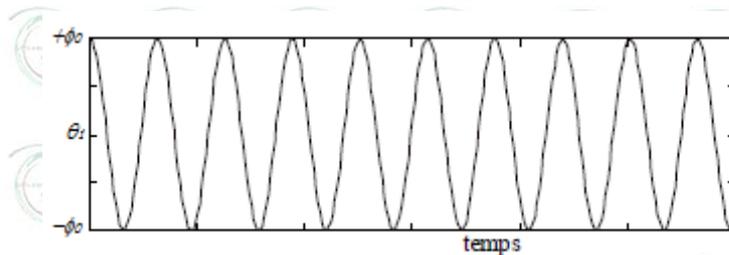
Figure 3

2. Cas B:

À l'instant $t = 0$, on donne aux deux pendules des amplitudes initiales égales mais de sens contraire et on les lâche sans vitesse initiale. $\theta_1 = -\theta_2 = \phi_0$, $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$,

Dans ce cas l'amplitude $A = 0$. Les deux pendules vibreront alors en opposition de phase avec la pulsation ω'' .

$$\theta_1 = -\theta_2 = B \cos \omega'' t \quad (7)$$



Oscillation en opposition de phase

Figure 4

3. Cas C:

À l'instant $t = 0$, on bloque un des pendules et on écarte le deuxième d'une amplitude initiale ϕ_0 puis on les lâche sans vitesse initiale. $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = \phi_0$, $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$,

En utilisant les conditions initiales écrites plus haut, on peut déterminer les constantes φ_1, φ_2, A et B tel que ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ et $A = B = \frac{\phi_0}{2}$) et on peut montrer que les solutions générales s'écrivent:

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{\phi_0}{2} [\cos \omega' t + \cos \omega'' t] \\ \theta_2 = \frac{\phi_0}{2} [\cos \omega' t - \cos \omega'' t] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta_1 = \phi_0 \cos \frac{(\omega'' - \omega')t}{2} \cdot \cos \frac{(\omega'' + \omega')t}{2} \\ \theta_2 = \phi_0 \sin \frac{(\omega'' - \omega')t}{2} \cdot \sin \frac{(\omega'' + \omega')t}{2} \end{cases} \quad (8)$$

Qui peut se simplifier en

$$\begin{cases} \theta_1 = \phi_0 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t \\ \theta_2 = \phi_0 \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \omega_1 = \frac{(\omega'' - \omega')}{2} \\ \omega_2 = \frac{(\omega'' + \omega')}{2} \end{cases} \quad (9)$$

Le mouvement des pendules correspond à des battements avec une période courte $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$ et une période longue $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$. Les variations de θ_1 et θ_2 en fonction du temps sont montrées sur la fig.5. La modulation lente (de période T_1) sert alors d'enveloppe à la modulation rapide (de période T_2).

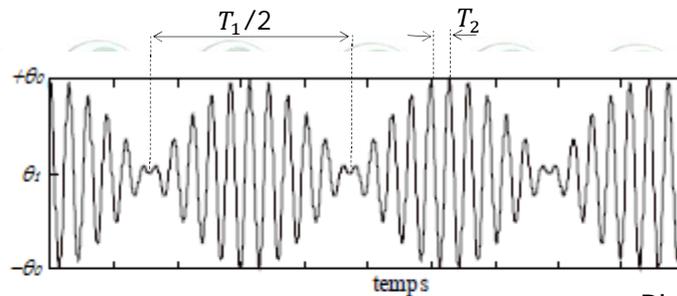
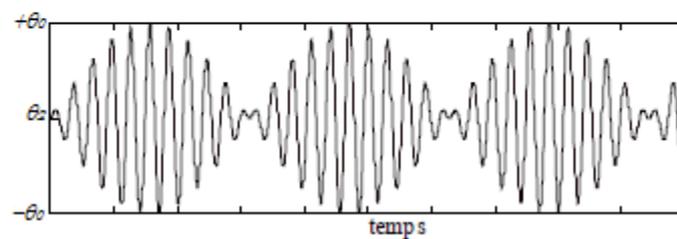


Figure 5

Phénomène de Battement



II-3 Manipulation

-1 Mesure de la constante de raideur du ressort

On fixe l'une des extrémités du ressort à un support, l'autre extrémité étant libre, on y accroche une masse m . Mesurer l'élongation correspondante?

On refait la même chose pour plusieurs masses suspendues et on en déduit la valeur de la constante de raideur k du ressort utilisé.

Sachant qu'à l'équilibre le poids de la masse P est la force de tension du ressort T , s'annulent on a alors :

$$P=T \Rightarrow mg=k(l-l_0) \Rightarrow k = \frac{mg}{l-l_0}$$

$(l-l_0)=\Delta x$ étant l'élongation subit par le ressort.

l_0 = est la longueur du ressort sans charge (libre).

l = est la longueur du ressort sous l'effet du poids m .

Mettre les résultats dans le tableau suivant

Masses (Kg)	m_1	m_2	m_3
Δx (m)			
k (N/m)			
k_{moy}			

2- Détermination des modes propres

Cas A: Ecarter les deux pendules de leur position d'équilibre suivant les conditions initiales ($\theta_1 = \theta_2 = 2^\circ, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$).

Mesurer les périodes d'oscillations pour différentes longueurs de couplage et en déduire ω' .

a (cm)			
T'			
T'_{moy}			
ω'			

Cas B: refaire la même expérience précédente suivant les nouvelles conditions initiales ($\theta_1 = -\theta_2 = 2^\circ, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$).

Mesurer les périodes d'oscillations pour différentes longueurs de couplage et en déduire ω'' .

A partir de la relation $\omega''^2 = \omega_0^2 + 2\chi^2 = \omega_0^2 + 2\frac{ka^2}{J}$,

tracer la courbe $\omega''^2 = f(a^2)$. En déduire ω_0 et J .

a (cm)			
T''			
T''_{moy}			
ω''			

Cas C: En appliquant les conditions initiales suivantes ($\theta_1 = 2^\circ, \theta_2 = 0, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$).

Mesurer les périodes courtes T_2 et longue T_1 correspondant au mouvement de battement. Vérifier les relations de l'équation (9).

a (cm)	T_1	$T_{1\text{moy}}$	T_2	$T_{2\text{moy}}$	ω_1	ω_2
....						
....						
....						

- Vérifier la relation (9)

Remarque: Faire tous les calculs avec les incertitudes.

CORDE VIBRANTE

Ondes progressives et stationnaires

Une onde progressive est une perturbation qui se propage dans l'espace sans le déplacement de la matière. Cette onde peut être une onde mécanique, une onde sonore ou une onde électromagnétique. La vitesse de propagation de cette onde dépend intimement de la nature du milieu.

Une onde stationnaire est produite par la superposition de deux ondes de même amplitude et de même fréquence se propageant dans un milieu dans des directions opposées. Cette superposition produit une onde immobile ou mode qui fait vibrer le milieu de façon stationnaire (d'où le nom onde stationnaire). Il se crée alors des points dans l'espace où l'amplitude de vibration est maximale, dénommés ventre et des points où l'amplitude de vibration est nul, dénommés nœuds. On dit qu'on a un mode propre de vibration caractérisé par un certain nombre propre de ventre et de nœuds.

I-1 Objectif

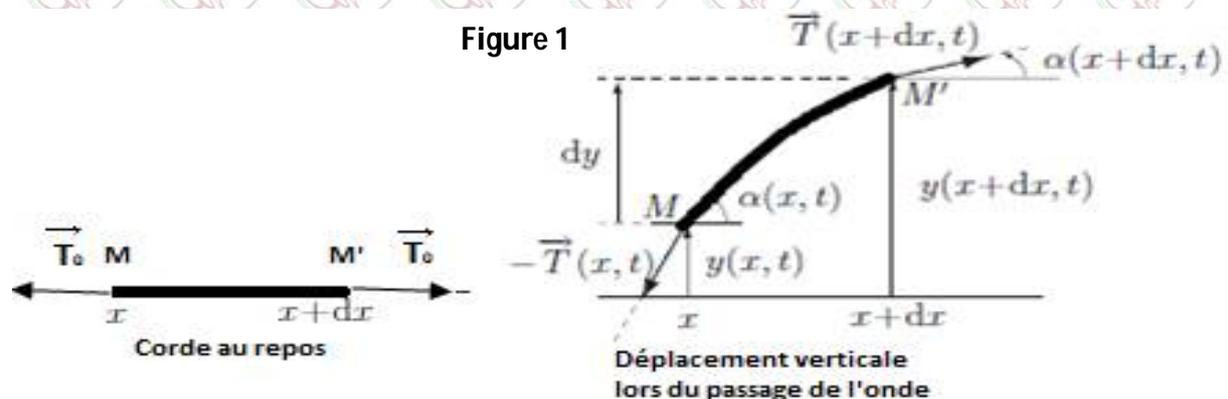
Le but de cette étude peut se résumer en :

1. Produire et observer une onde stationnaire le long d'une corde.
2. Mettre en évidence la relation entre vitesse de propagation et le milieu de propagation: tension, longueur et masse linéique de la corde.

I-2 Base Théorique

Vitesse de propagation de l'onde le long d'une corde

Soit une corde tendue (sous tension constante T_0 tout au long de la corde) de masse linéique (μ) et de longueur L . Cette corde est fixée en ses deux extrémités. L'une des extrémités fixée à un oscillateur qui oscille



verticalement à de faibles amplitudes. La perturbation induite par l'oscillateur crée une onde transversale qui se propage le long de la corde.

L'établissement de l'équation différentielle de cette onde se fait à partir de l'étude dynamique d'un segment de corde de masse dm et de longueur $MM'=dx$. Lors de la propagation de l'onde l'élément de corde dx est déplacé verticalement de sa position de repos (à l'horizontale) de y , une force de rappel est instantanément créée tel que:

$$T_y = T_0 \sin \alpha - T_0 \sin(\alpha + d\alpha) \quad (1)$$

α est l'angle créé entre l'axe x et la tangentielle de T_0 tel que

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2)$$

Puisque la perturbation étudiée (y) est très petite, on peut écrire:

$$\alpha = \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

A partir de (2) et (3), on obtient:

$$d\alpha = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad (4)$$

En développant (1) puis en intégrant dans (4)

$$T_y = -T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad (5)$$

On a la masse du segment de corde dx est

$$dm = \rho s dx \quad (6)$$

ρ étant la masse volumique de la corde et s sa section.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique sur la portion de masse dm en mouvement suivant y on aura:

$$-T_y = dm \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (7)$$

En combinant avec (5) et (6) on obtient l'équation ondulatoire dite aussi équation d'Alembert

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\rho s} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

La vitesse de propagation de l'onde transversal le long de la corde est alors

donné par:
$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\rho s}} \text{ ou } \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \quad (9)$$

ou μ est la masse linéique, tel que

$$\rho s = \frac{m}{V} s = \frac{m s}{l s} = \frac{m}{l} = \mu \quad (10)$$

On sait aussi que

$$c = \lambda f \quad (11)$$

λ et f sont respectivement la longueur d'onde et la fréquence de l'onde. de (10) et (11) on en déduit que

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \quad (12)$$

Onde stationnaire

Les deux extrémités étant fixes (conditions aux limites), les ondes sont stationnaires et la perturbation transversal est donnée par:

$$y(x, t) = y_0 \sin(kx) \cos(2\pi ft) \quad (13)$$

k est le vecteur d'onde tel que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et y_0 l'amplitude de l'onde incidente.

Les conditions aux limites imposent à la fréquence f de ne prendre que certaines valeurs f_n , ce sont les fréquences propres.

La condition $y(x, t) = 0$ donne : $\cos(2\pi ft) = 0$, soit $2\pi ft = kL = n\pi$ où n est un entier strictement positif.

Dans ce cas la longueur de la corde L peut être donnée en fonction de la longueur d'onde λ et le nombre n de ventre tel que

$$L = n \frac{\pi}{k} = n \frac{\lambda}{2} \quad (14)$$

n correspondant donc au nombre de ventres se construisant le long de la corde. On dit que la corde possède un certain nombre n de modes de vibration propre. Chacun de ces modes est caractérisé par une fréquence facile à calculer.

Les fréquences propres associées à ces modes sont déduites de la relation $f = \frac{c}{\lambda}$, où la vitesse de l'onde c est la même pour toutes les fréquences.

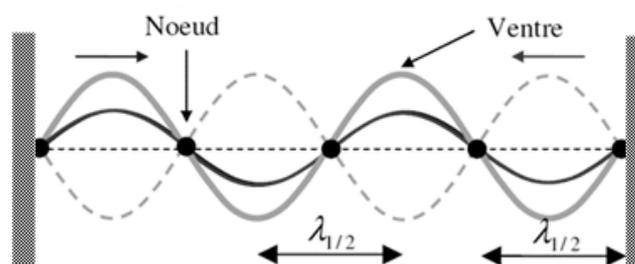


Figure 2

La distance séparant deux nœuds ou ventres consécutifs ne peut être qu'égale à une demi longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$.

Comme la vitesse de propagation de l'onde sur une corde est donné par la

$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

nous pouvons exprimer les fréquences propres d'une corde tendue sous la forme :

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (15)$$

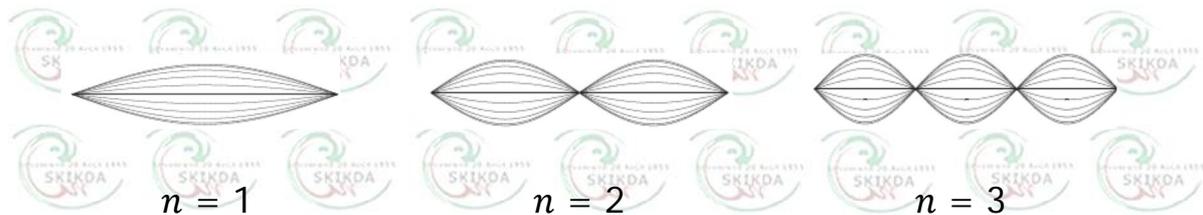


Figure 3

Lorsque la corde possède une longueur qui est un multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$, la corde vibre dans un mode stationnaire unique et l'amplitude peut augmenter beaucoup plus que l'amplitude de l'oscillateur. Il y a superposition constructive entre toutes les ondes stationnaires. L'amplitude maximale de la corde dépend de l'élasticité de la corde et du rythme de perte d'énergie par frottement dans la corde.

Si la corde possède une longueur quelconque ou si la fréquence de l'oscillateur est arbitraire, on ne verra probablement aucun mode particulier: Beaucoup de modes seront mélangés ensemble. Les ondes stationnaires sont décalées entre elles ce qui produit de la superposition destructive partielle. La corde aura donc une amplitude comparable à l'amplitude de l'oscillateur.

I-3 Manipulation

Réaliser le montage ci-contre

Une corde de masse linéique (μ) est fixée en ses deux extrémités. L'une des extrémités est attachée à un vibreur électrique. L'autre extrémité est chargée par une masse (m) suspendu par l'intermédiaire d'une poulie. Cette masse maintient la corde sous tension $T_0 = P = mg$. Il est possible de modifier la tension en changeant la masse. Le point de contact de

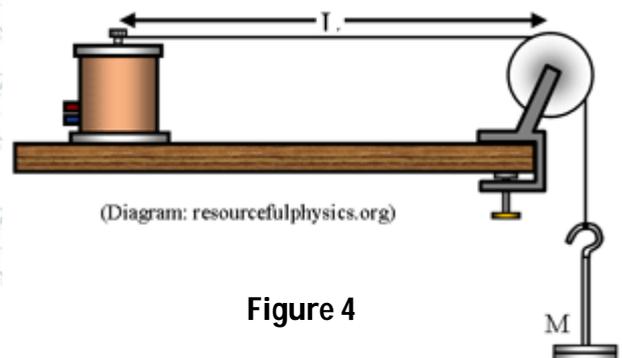


Figure 4

la corde avec la poulie est considéré comme l'obstacle délimitant la longueur vibrante de la corde (L). L'amplitude et la fréquence de l'onde peuvent être ajusté en réglant la sortie du générateur d'onde sinusoïdale, qui alimente le vibreur.

- Comment faire pour mesurer la densité linéique de la corde?
- Régler la distance entre le support du générateur et le support de la poulie à environ 150 cm. Fixez environ 1,5 m de cordon tressé à la lame vibrante et faites passer le reste par la poulie et accrochez environ 150 g de masse à l'extrémité.
- Mesurer la distance entre le nœud où s'accroche la corde au générateur et le sommet de la poulie, c'est la distance L (la partie vibrante).
- La hauteur est réglée à 30 cm environ. Le fil doit être horizontal.
- Brancher le générateur et régler l'amplitude de vibration de la lame vibrante.

1- Mettre en évidence les ondes stationnaires et leurs modes propres

Faire varier les valeurs de la fréquence du vibreur électrique jusqu'à obtenir le premier, le deuxième, le troisième et le quatrième mode

Remplir le tableau suivant.

m=150g et L=150cm						
n	f_n	λ_n	$\frac{f_n}{f_1}$	$c = \lambda_n \cdot f$	c_{moy}	$c = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$
1						
2						
3						
4						

-Commenter les résultats.

2- Effet de la masse sur la fréquence pour un mode fixe

Ajouter 50g à la masse suspendue et chercher la fréquence correspondant au quatrième mode. répéter l'expérience à chaque fois par ajout de 50g jusqu'à ce que la masse totale atteigne 300g.

- Tracer le graphe de f^2 en fonction de m . Le graphe est il linéaire?
- Trouvez la pente (y compris l'incertitude) de la ligne la mieux adaptée a ce graphe.
- À partir de la pente du graphique et en utilisant la relation (15), calculez la densité linéique (μ) de la corde. Quelle est l'incertitude?
- Comparez la densité mesurée à partir du graphique à la densité déterminée en pesant la corde. Calculez le pourcentage d'écart.

POULIE A GORGE SELON HOFFMANN

La poulie à gorge selon Hoffmann sert à la stimulation d'oscillations d'un câble non tendu.

Le dispositif permet de produire des ondes stationnaires du câble avec différentes longueurs d'ondes et formes de polarisation.

1 Objectif

- 1- Détermination des fréquences et des longueurs d'onde à l'aide d'un stroboscope.
- 2- Détermination de la vitesse de propagation à partir du graphe fréquence en fonction du nombre d'onde.

2 Description et mode opératoire

Le poids d'équilibrage δ comprend trois trous repérés par 0, 1 et 2. Si ce poids est déplacé sur la plaque de base, on peut observer sous chacun des trois trous un filetage dans le quel la poulie à gorge va être fixée. Selon le choix du trou la poulie est plus ou moins excentrée.

Pour obtenir une déviation verticale, le câble est posé dans la gorge 4. L'amplitude a_v est donnée par le trou utilisé. Pour obtenir une déviation horizontale, le câble dans la gorge 3. La différence de phase entre les composantes des oscillations horizontales et verticales peut être modifiée en tournant le cylindre en matière plastique autour de son axe.

L'engrenage est vissé sur le moteur, puis ce dernier est fixé dans l'embase (pass) où monté sur un rebord de la table (figure 2). On fixe dans le mandrin de serrage de l'engrenage la tige de poulie à gorge. Comme câble on utilise une corde en caoutchouc de section carrée de longueur 3 à 6 mètres qui est prolongé d'un côté par une ficelle de coton d'une longueur d'environ 40cm (épaisseur 2 à 4mm). Ce pont de fixation doit être renforcé en l'enroulant avec du fil pour bien consolider la fixation. L'extrémité libre de la ficelle en coton est fixée de telle façon que celle-ci soit légèrement inclinée vers le haut est qu'environ 5cm de sa partie avant de son extrémité repose sur la poulie à gorge.

3 Base Théorique

Dans le dispositif que nous avons décrit précédemment les ondes créées sont stationnaires, c'est à dire qui résultent de l'interférences d'ondes progressives de même période se propageant en sens contraire suivant la même direction. En effet, le milieu de propagation étant limité, lorsque l'onde

émise par la source atteint la limite du milieu, elle rebrousse chemin; on dit qu'elle se réfléchit. L'observation des nœuds et des ventres prouve que des ondes progressives interfèrent; d'autre part, la mesure de la distance séparant les nœuds ou les ventres donne la valeur de la longueur d'onde $\lambda = \frac{v}{f}$ et par suite, permet de déterminer la vitesse de propagation v des ondes connaissant leur fréquence f .

4 Manipulation

Le sens de rotation du moteur est choisi de telle façon que les efforts d'attraction tributaires du frottement agissent sur la ficelle et non sur la corde en caoutchouc. Enfin, la vitesse de rotation est réglée pour que l'on obtienne une nette image de l'ondulation (figure3).

a) Déviation verticale

On met la corde sur la gorge 4, ensuite nous plaçons le stroboscope devant la corde et on règle la fréquence des éclairs jusqu'à ce que la corde nous apparaisse presque immobile dans ce cas $f \approx f'$, la fréquence d'oscillation de la corde est presque égale à la fréquence des éclairs. La longueur d'onde est calculée en mesurant la distance entre trois nœuds.

- Refaire l'opération plusieurs fois et mettre les résultats dans le tableau I.

f				
λ				

- Ecrire le résultat sous la forme de $v = v \pm \Delta v$

- Conclure.

b) Déviation horizontale

Mettre la corde sur la gorge 3 et refaire les mêmes opérations que l'exercice précédent.

- Mettre les résultats dans le tableau II.

f				
λ				

- Que conclure?

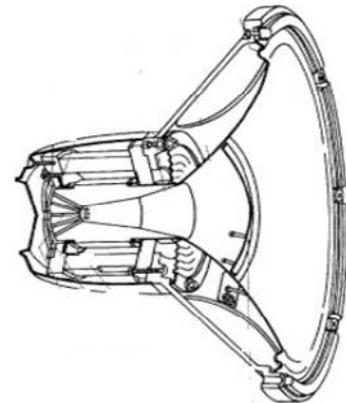
LE HAUT PARLEUR ELECTRODYNAMIQUE

1 Objectif

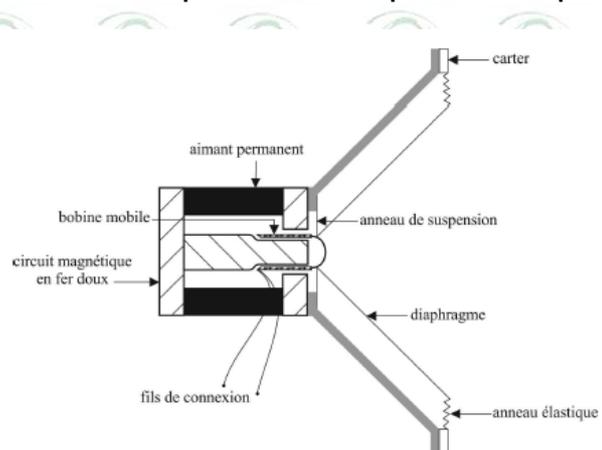
Mesurer les constantes mécaniques et électriques du haut-parleur.

2 Base Théorique

Un circuit magnétique (figure 1) à aimant permanent (ferrite ou ticonal) produit dans un entrefer cylindrique un champ magnétique B radial qui peut aller de 0,4 à 1,2 Tesla (4000 à 12000 gauss) selon les qualités.



Dans l'entrefer se meut une bobine mobile solidaire d'un « pavillon ». L'ensemble est maintenu centré par deux suspensions souples. On peut supposer que si l'ensemble subit sans déformation un déplacement longitudinal x par rapport à sa position d'équilibre, il est alors rappelé vers celle-ci par une force élastique proportionnelle à x , k étant le coefficient de proportionnalité.



L'amortissement est dû d'une part aux frottements mécaniques et d'autre part à l'énergie rayonnée sous forme acoustique (la seule utile dans le cas de l'utilisation d'un haut parleur). Cet amortissement est proportionnel à la vitesse instantanée $\frac{dx}{dt}$ avec un coefficient de proportionnalité λ .

M est la masse propre du système en mouvement à laquelle s'ajoute éventuellement la masse de rayonnement correspondant à une certaine masse d'air au voisinage du pavillon. Cette masse ajoutée est une petite correction lorsque le fluide où se propagent les ondes acoustiques est de l'air et, de plus, elle n'existe qu'aux basses fréquences où la longueur d'onde λ associée à la vitesse de propagation c dans le fluide ($\lambda = \frac{c}{N}$) est supérieur au rayon a de la membrane constituant le pavillon (pour $N=20\text{Hz}$, $\lambda = 17\text{m}$).

En appelant i l'intensité du courant circulant dans la bobine ayant une longueur d'enroulement l , la membrane subit une force électromagnétique $F_e = +Bli$ (force de Laplace) si les sens de l'enroulement et de i positif sont tels que cette force tende à provoquer un déplacement vers les x positifs.

L'équation du mouvement de la membrane est donc :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\lambda \frac{dx}{dt} - kx + Bli \dots\dots\dots(1)$$

Le mouvement de l'enroulement provoque l'apparition d'une force électromotrice induite $e' = -Bl \frac{dx}{dt}$. Par ailleurs, l'enroulement possède une résistance totale R et une inductance L . Appelons $e(t)$ la tension appliquée à l'enroulement entre A et B ; on a :

$$e(t) = l \frac{di}{dt} + Ri + Bl \frac{dx}{dt} \dots\dots\dots(2)$$

Le haut-parleur ainsi modélisé est régi par deux équations :

équation mécanique : $m\ddot{x} = -\lambda \dot{x} - kx + Bli$

équation électrique : $e(t) = l \frac{di}{dt} + Ri + Bl\dot{x}$

L'expression de l'impédance électrique du haut-parleur est alors

$$Z = R + i\omega l + \frac{B^2 l^2}{\lambda} \frac{1}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{m\omega_0}{\lambda}$

3 Manipulation

On applique la tension sinusoïdale $e(t)$ de fréquence f issue d'un G.B.F sur l'association série d'une résistance $R_0 = 1000\Omega \gg |Z|$ et du haut-parleur d'impédance Z . On prélève à l'oscilloscope $u_1 = e(t)$ et $u_2 = u$ aux bornes du haut-parleur. On a alors $Z = R_0 \frac{u_2}{e}$.

On cherche à mesurer l'inductance L (très faible !) du haut-parleur en tenant compte du fait que le terme $\frac{B^2 l^2}{1+iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ dans Z est négligeable lorsque on est suffisamment loin de la résonance, donc

$$Z = R + i\omega L$$

Réaliser alors suffisamment de mesures tous les 2000 Hz afin de pouvoir mesurer L à partir de la courbe $|Z|$ en fonction de la fréquence. Remplir le tableau suivant

$f(\text{Hz})$	0							
$ Z (\Omega)$								

- En déduire la valeur de l'inductance L avec calcul de l'incertitude.

Refaire les mesure pour des fréquence plus proche de la fréquence de résonance principale (une mesure tous les 20 Hz à partir de 0 Hz, plus resserrées au voisinage de la fréquence f_0 de résonance).

$f(\text{Hz})$	0							
$ Z (\Omega)$								

- Tracer précisément la courbe $|Z| (f)$ autour de la résonance principale
 - Exploiter le graphe. En tirer les valeurs suivantes : f_2 et Z_{max} . En déduire le produit BL .

PENDULE DE POHL

Part I Oscillations mécaniques libres amorties

Le pendule tournant de Pohl est un pendule de torsion qui est munit d'un mouvement d'oscillation angulaire, il permet d'étudier les oscillations libres amorties et les oscillations forcées.

Le pendule de Pohl est constitué d'une roue en cuivre qui peut avoir un mouvement de rotation autour d'un axe fixé en son centre et munit d'un roulement à bille.

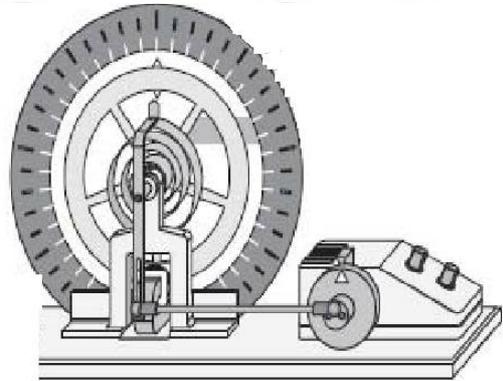


Figure 1

Un frein électromagnétique est engendré par un courant de Foucault alors que les oscillations forcées sont générés par l'intermédiaire d'un moteur électrique intégré dans le dispositif qui entraîne l'extrémité du ressort spiral par un dispositif adéquat. La tension d'excitation est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur donc à la fréquence d'excitation.

ETUDE DU REGIME LIBRE ET LIBRE AMORTIE

I-1 Objectif

- 1- Détermination de la fréquence propre du pendule.
- 2- Maitre en évidence l'effet de l'amortissement sur l'amplitude d'oscillation.
- 3- Calcul du rapport d'amortissement.

I-2 Base théorique

L'équation différentielle qui régit le mouvement oscillatoire du pendule s'écrit :

$$J \ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + C \theta = 0 \quad (1)$$

J : Moment d'inertie ; **α** : Coefficient de frottement ; **C** : Coefficient de torsion

En posant $\omega_0^2 = \frac{C}{J}$ et $\lambda = \frac{\alpha}{2J}$

avec ω_0 : Pulsation propre de l'oscillation libre

λ : coefficient d'amortissement du système libre amorti

L'équation (1) s'écrit :

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0 \quad (2)$$

Dans le cas d'un régime pseudopériodique on a la condition $\lambda^2 < \omega_0^2$ la solution de l'équation différentielle s'écrit :

$$\theta(t) = Ae^{-\lambda t} \cos(\omega_p t + \Phi) \quad (3)$$

$$\text{Avec } \omega_p = (\omega_0^2 - \lambda^2)$$

D'après l'équation (3) l'amplitude du mouvement décroît suivant une loi exponentielle ($e^{-\lambda t}$), on peut donc en déduire un rapport constant entre deux élongations maximales successives θ_n et θ_{n+1} .

$$\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = e^{\lambda T_p} \quad \text{avec} \quad T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} \quad (4)$$

On appelle δ décrement logarithmique la quantité

$$\delta = \ln \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = \lambda T_p \quad (5)$$

Dans le cas $\omega_0^2 < \lambda^2$ le pendule une fois écarté de sa position d'équilibre retourne vers cette dernière asymptotiquement (sans osciller)

I-3 Manipulation

1- Etude du système libre non amorti :

- Détermination de la fréquence propre du système

On écarte le pendule de sa position d'équilibre jusqu'à $\theta_0 = 20$ Div et on relâche sans vitesse initiale. En mesure le temps nécessaire à n oscillations complètes, la fréquence est déterminée par le calcul suivant : $f_0 = n/t$

θ_0	20	15	10	5
n				
t (s)				
t_{moy} (s)				
$f_0 = n/t$				
$\Delta f_0 / f_0$				

- Que peut-on en déduire de cette expérience ?

2- Etude du système libre amorti :

- Détermination du décrétement logarithmique

Pour amortir le mouvement on utilise un frein à courant de Foucault. On applique une tension continue réglable aux bornes des bobines d'amortissement intégré dans le pendule de Pohl. On met en série un ampèremètre pour lire l'intensité.

Attention : Ne pas dépasser 1A.

Après réglage du courant I on écarte le pendule de sa position d'équilibre de $\theta_0=20\text{Div}$, on enregistre ensuite les amplitudes maximales des oscillations, en fonction du nombre de cycle (maximum 5 cycles) et on enregistre aussi le temps nécessaire pour les 5 cycles.

Remplir les tableaux ci-dessous.

A- Réglage du courant sur $I= 0.25\text{A}$

n cycle	1	2	3	4	5
$\theta_n(\text{division})$					
t(s)					
$t_{\text{moy}}(\text{s})$					
$(\theta_n)_{\text{moy}}$					

- Réglage du courant sur $I= 0.45\text{A}$

n	1	2	3	4	5
$\theta_n(\text{division})$					
t(s)					
$t_{\text{moy}}(\text{s})$					
$(\theta_n)_{\text{moy}}$					

- Réglage du courant sur $I= 0.65\text{A}$

n	1	2	3	4	5
$\theta_n(\text{division})$					
t(s)					
$t_{\text{moy}}(\text{s})$					
$(\theta_n)_{\text{moy}}$					

- Commenter vos observations et que peut en déduire de cette expérience.
- Déterminer la pseudo période T_p pour chaque expérience.
- Calculer les rapports d'amortissements, mettre dans un tableau et donner le décrément logarithmique correspondant ainsi que la valeur de λ .
- Tracer les courbes $\theta_n = F(t)$
- Remarque: Faire tous les calculs avec les incertitudes.

Part II Etude du régime forcé

Le pendule tournant de Pohl est un système mécanique munit d'un mouvement d'oscillation angulaire. Grâce à un dispositif adéquat il peut être soumis à l'action d'un moment de force $M(F_{\text{ext}})$ extérieure périodique, qui préservera l'oscillation permanente du système avec la même pulsation de la force excitatrice.

II-1 Objectif

- 1- Détermination de la fréquence propre du pendule.
- 2- Maitre en évidence la résonance et l'effet de l'amortissement.

II-2 Base théorique

Dans le cas ou le pendule est soumis à l'effet d'un moment de force extérieure excitatrice périodique tel que $M(F_{\text{ext}}) = M_0 \cos(i\Omega t)$

Ω : étant la pulsation d'excitation

L'équation différentielle qui régit le mouvement oscillatoire du pendule s'écrit :

$$J \ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + C \theta = M_0 \cos(i\Omega t) \quad (1)$$

J : Moment d'inertie ; α : Coefficient de frottement ; C : Coefficient de torsion

En posant $\omega_0^2 = \frac{C}{J}$ et $\lambda = \frac{\alpha}{2J}$ et $A_0 = \frac{M_0}{J}$

Avec ω_0 : Pulsation propre de l'oscillation libre

λ : coefficient d'amortissement du système libre amorti

L'équation (1) s'écrit :

$$\ddot{\theta} + 2\lambda \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = A_0 \cos(i\Omega t) \quad (2)$$

Pour un temps suffisamment long, la solution se résume à la solution permanente qui s'écrit :

$$\theta(t) = \beta \cos(\Omega t + \Phi) \quad (3)$$

$$\text{Avec } \beta = \frac{G_0}{[(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\lambda\Omega)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{et } \Phi = \arctg \frac{2\lambda\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

β étant l'amplitude de vibration et Φ le déphasage entre l'excitation et l'oscillateur forcé (la réponse).

II-3 Manipulation

1- Etude du système forcé amorti

L'excitation du pendule est réalisée grâce à un moteur à engrenage qui tend et détend en une succession périodique le ressort spiral par l'intermédiaire de l'excentrique de la bille et du bras. Les oscillations du bras sont transmises à la roue (pendule).

Afin de tracer la courbe de résonance $\theta_n(\text{divisions}) = g(f_{\text{ext}}/f_0)$, on fait varier la fréquence f_{ext} à l'aide de la tension d'excitation réglable et on mesure l'amplitude correspondante après un temps suffisant pour éliminer la phase transitoire. On fait plusieurs mesures pour chaque valeur fixe d'amortissement (λ constante ($I < 0.9A$)).

A- Réglage du courant sur $I = 0.25A$

U(V)	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	7,5	8,0	9,0	10	12
$f_{\text{ext}}(\text{Hz})$										
f_{ext}/f_0										
$\theta_n(\text{division}) = (\theta_d + \theta_q)/2$										
$(\theta_n)_{\text{moy}}$										

- Remplir le tableau
- Déterminer la fréquence de résonance.

B- Réglage du courant sur $I = 0.45A$

U(V)	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	7,5	8,0	9,0	10	12
$f_{\text{ext}}(\text{Hz})$										
f_{ext}/f_0										
$\theta_n(\text{division}) = (\theta_d + \theta_q)/2$										
$(\theta_n)_{\text{moy}}$										

- Remplir le tableau
- Déterminer la fréquence de résonance.

C- Réglage du courant sur $I = 0.65A$

U(V)	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	7,5	8,0	9	10	12
$f_{\text{ext}}(\text{Hz})$										
f_{ext}/f_0										
θ_n (division) $=(\theta_d + \theta_g)/2$										
$(\theta_n)_{\text{moy}}$										

- Remplir le tableau
- Déterminer la fréquence de résonance.
- Commenter vos observations
- Tracer la courbe de résonance, l'amplitude maximale $\theta_n = g(f_{\text{ext}}/f_0)$ pour les trois cas de freinage.
- Remarque: Faire tous les calculs avec les incertitudes.

ONDE STATIONNAIRE DANS UN TUYAU

II-1 Objectif

Le but recherché est de:

1. Mettre en évidence la formation d'ondes stationnaires dans un tuyau fermé.
2. Mettre en évidence les ventres et les nœuds de vibration.
3. Observer les différents modes propres
4. Mesurer la vitesse du son dans l'air
5. Etude de l'influence de la fréquence d'excitation et la longueur du tube sur la longueur d'onde et la vitesse de l'onde sonore.

II-2 Base Théorique

Ondes progressive dans un fluide

Soit un fluide compressible contenu dans un cylindre (de l'air par exemple)

Ce fluide est caractérisé par trois grandeurs physiques : Vitesse \mathbf{v} , pression P et masse volumique ρ .

Au repos ces grandeurs sont uniformes et valent : $U_x = 0$; $P = P_0$, $\rho = \rho_0$

Nous négligerons les effets de la gravitation de telle sorte que P_0 et ρ_0 sont uniformes dans tout le milieu. On suppose d'autre part que le milieu est homogène, isotrope et parfaitement élastique, c'est-à-dire non dissipatif.

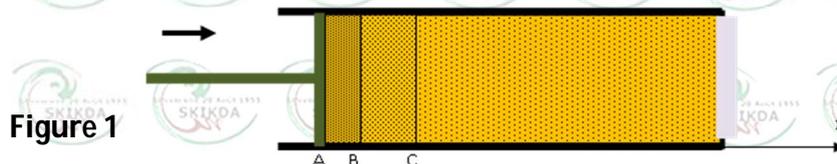


Figure 1

Grace à un piston, on produit une perturbation par compression sur le gaz contenu dans le cylindre. Au premiers instant le piston comprime la couche de fluide adjacente et la tranche d'air AB est comprimée à une pression $(P_0 + \Delta P) > P_0$. Cette situation n'est pas instable : la tranche AB se détend en comprimant à son tour la tranche voisine BC et ainsi de suite. la perturbation progresse ainsi de proche en proche par une succession de compressions et de détentes.

Soit la tranche de fluide BC d'épaisseur dx et située à l'abscisse x . Lorsque la perturbation atteint cette tranche une variation de pression est engendrée entre BC et un déséquilibre de forces se produit induisant un mouvement de la tranche.

La pression P , la masse volumique ρ , la vitesse du fluide \vec{u}_x dans la direction Ox varient en fonction du temps t et de la position M dans le cylindre

$$\vec{u}_x = 0 \Rightarrow \vec{u}_x(M, t) = 0 + \vec{u}_x(M, t)$$

$$P = P_0 \Rightarrow P(M, t) = P_0 + P_1(M, t)$$

$$\rho = \rho_0 \Rightarrow \rho(M, t) = \rho_0 + \rho_1(M, t)$$

L'approximation acoustique

$$\|\vec{u}_x\| \ll c; P_1 \ll P_0; \rho_1 \ll \rho_0$$

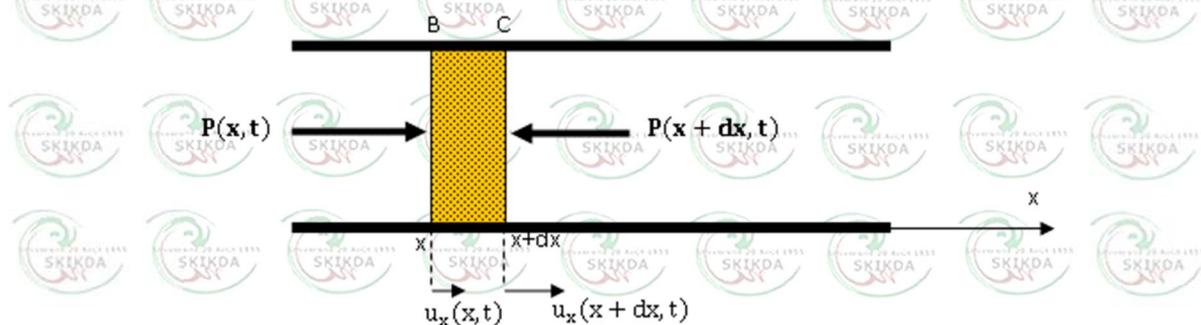


Figure 2

$u_x(x, t)$ est le déplacement à l'instant t du plan d'abscisse x .

$F_x(x, t)$ et $F_x(x + dx, t)$ sont les forces agissant sur la tranche de fluide BC respectivement en x et $x + dx$, tel que:

$$F_x(x, t) = S \cdot P(x, t) \quad (1)$$

$$F_x(x + dx, t) = -S \cdot P(x + dx, t) \quad (2)$$

D'après l'équation fondamentale de la dynamique:

$$dm \cdot \frac{du_x}{dt} = F_x(x, t) - F_x(x + dx, t) \quad (3)$$

avec $dm = \rho \cdot S \cdot dx$

$$dm \cdot \frac{du_x}{dt} = S \cdot P(x, t) - S \cdot P(x + dx, t) \quad (4)$$

Par le développement en série de Taylor au premier ordre de $P(x, t)$, on obtient :

$$P(x + dx, t) = P(x, t) + \frac{\partial P}{\partial x} dx \quad (5)$$

l'équation (4) s'écrit:

$$\rho \cdot \frac{du_x}{dt} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

D'après l'équation de continuité, l'excès de masse entrant dans le volume $S \cdot dx$ pendant le temps dt est :

$$dm = [\rho \cdot S \cdot u_x(x, t) - \rho \cdot S \cdot u_x(x + dx, t)]dt \quad (7)$$

A cet excès de masse correspond un accroissement de densité $d\rho$ qui lui est proportionnel

$$dm = d\rho \cdot S \cdot dx \quad (8)$$

Donc de (7) et (8) on aura:

$$\rho \cdot S [u_x(x, t) - u_x(x + dx, t)]dt = d\rho \cdot S \cdot dx \quad (9)$$

On a par le développement en série de Taylor au premier ordre de $u_x(x, t)$, on obtient :

$$u_x(x + dx, t) = u_x(x, t) + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx \quad (10)$$

des équations (6) et (10) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \frac{du_x}{dx} = 0 \quad (11)$$

Sachant que $\rho(M, t) = \rho_0 + \rho_1(M, t) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho_1}{\partial t}$ de plus le terme $\rho_1 \frac{du_x}{dx}$ étant négligeable (terme du second ordre), on obtient:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \cdot \frac{du_x}{dx} = 0 \quad (12)$$

- Equation d'état du fluide

La variation de pression P_1 est toujours proportionnelle à la variation de masse volumique ρ_1 :

$$\frac{P_1}{\rho_1} = c^2 \quad (13)$$

c est une constante caractéristique du fluide

la relation (11) permet de réécrire la relation (10) en fonction de la variation de la pression:

$$\frac{P_1}{\rho_1} = c^2 \Rightarrow P_1 = c^2 \cdot \rho_1 \Rightarrow \partial P_1 = c^2 \cdot \partial \rho_1 \Rightarrow \partial P = c^2 \cdot \partial \rho$$

Donc l'équation (10) aura la forme

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{dP}{dt} + \rho_0 \cdot \frac{du_x}{dx} = 0 \quad (14)$$

En dérivant l'équation (4) par rapport à x et l'équation (12) par rapport au temps, et en soustrayant les résultats membre à membre, on obtient:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2 P}{dt^2} = 0 \quad (15)$$

De même, en dérivant l'équation (4) par rapport à t et l'équation (14) par rapport à x, et en soustrayant les résultats membre à membre, on obtient:

$$\frac{d^2 u_x}{dx^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2 u_x}{dt^2} = 0 \quad (16)$$

Conclusion : Au cours de la propagation de l'ébranlement dans un fluide. Les variations de pression (P_1) de densité (ρ_1) et de vitesse (u_x) satisfont à la même équation: l'équation de propagation des ondes.

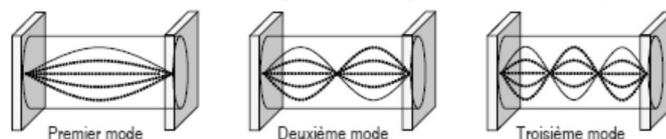
Ondes stationnaires dans un fluide

Les ondes stationnaires résultent de la superposition de deux ondes progressives : l'onde incidente issue de la source et l'onde réfléchie sur la paroi située en O. Soit un point quelconque M, situé à la distance x de O (Fig.3). La vibration résultante en M est :

$$X(x, t) = A_i \cos(\omega t - kx + \varphi_i) + A_r \cos(\omega t + kx + \varphi_r)$$

ω est la pulsation de l'onde ($\omega = 2\pi f$) et k est la norme du vecteur d'onde ($k = 2\pi / \lambda$ avec λ la longueur d'onde). L'indice r signifie l'onde réfléchie et l'indice i l'onde incidente.

Modes de résonance d'un tuyau fermé-fermé (fermé aux deux extrémités)



(Longueur multiple de $\lambda / 2$)

Figure 3

Supposons la paroi réfléchissante étant fixe,

le déplacement du

fluide est nul à la surface de cette paroi (cas d'un tube fermé). Ainsi, en $x = 0$ on a quelque soit l'instant t :

$$X(0, t) = 0 = A_i \cos(\omega t + \varphi_i) + A_r \cos(\omega t + \varphi_r)$$

ce qui implique : $A_r = A_i$ et $\varphi_r = \varphi_i + \pi$

L'onde réfléchiée est en opposition de phase avec l'onde incidente.

L'onde résultante en M s'écrit donc :

$$X(x, t) = A_i [\cos(\omega t - kx + \varphi_i) - \cos(\omega t + kx + \varphi_i)] = -2 A_i \sin(\omega t + \varphi_i) \sin(kx)$$

La source sonore (H.P.) placée à la distance L de la paroi réfléchissante impose une autre condition aux limites :

$$X(L, t) = A \sin(\omega t) = -2 A_i \sin(\omega t + \varphi_i) \sin(kL)$$

Avec un maximum d'amplitude A dans le cas : $\sin(kL) = \pm 1$

Les relations précédentes conduisent aux commentaires suivants :

- La fonction $X(x,t)$ ne correspond plus à une onde progressive car il y a une séparation des variables temporelle et spatiale : $X(x,t) = f(x)g(t)$. Cette fonction correspond à une onde stationnaire.

- Il existe des points de l'espace où l'amplitude est constamment nulle : ce sont les nœuds de l'onde stationnaire. Les nœuds sont tels que :

$$kx = (2\pi/\lambda) x = n\pi \text{ avec } n = 0, 1, 2, \dots$$

Il y a bien un nœud d'élongation sur la paroi réfléchissante en $x = 0$ ($n=0$ entraîne $x=0$). La distance x entre deux nœuds consécutifs est égale à une demi-longueur d'onde : $\Delta x = \lambda/2$

- Il existe des points de l'espace où l'amplitude est maximale : ce sont les ventres de l'onde stationnaire. Les ventres sont tels que :

$$kx = (2\pi/\lambda) x = (2n + 1)\pi/2 \text{ avec } n = 0, 1, 2, \dots$$

Les ventres d'élongation sont donc, comme les nœuds, équidistants d'une demi-longueur d'onde $\Delta x = \lambda/2$ et sont situés au milieu des intervalles séparant les nœuds.

- Résonance d'une onde stationnaire:

L'amplitude des ventres dépend du terme

$$f_p = \frac{(2n+1)}{4L}$$

- La condition $\sin(kL) = \pm 1$ correspondant au maximum d'amplitude de H.P. se traduit par la présence au point L d'un ventre d'onde stationnaire. Par

conséquent on peut noter : $kL = (2n + 1) \pi/2$. Ainsi, il existe des fréquences de résonance d'ondes stationnaires qui vérifient :

$$f_p = \frac{(2n+1)}{4L} c; \quad \text{avec } n = 0, 1, 2, \dots$$

La mesure des fréquences de résonance peut donc permettre de déterminer la vitesse du son. ($c \approx 340$ m/s : vitesse du son dans l'air)

On peut aussi dire que pour une fréquence donnée, il y a résonance pour certaines dimensions de la cavité :

$$L_p = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Egalement la mesure de la distance x séparant deux nœuds ou deux ventres consécutifs permet de déterminer la longueur d'onde $\lambda = 2 \Delta x$ et de déduire la célérité des ondes connaissant la fréquence f de la source excitatrice puisque $c = 2 f \Delta x$.

II-3 Manipulation

Le tube de Kundt est constitué d'un tube rigide dont une extrémité est fermée par un haut parleur. L'autre extrémité peut être fermée ou non et permet le passage d'une tige équipée d'un micro pour mesurer la pression acoustique à l'intérieur du tube.

L'onde sonore est générée par un GBF relié au haut-parleur. Le GBF délivre un signal sinusoïdal.

Le micro est relié à un oscilloscope. On veille en rectifiant l'amplitude du signal délivré par le GBF à ce que le signal mesuré reste sinusoïdal et ne présente pas de distorsion.

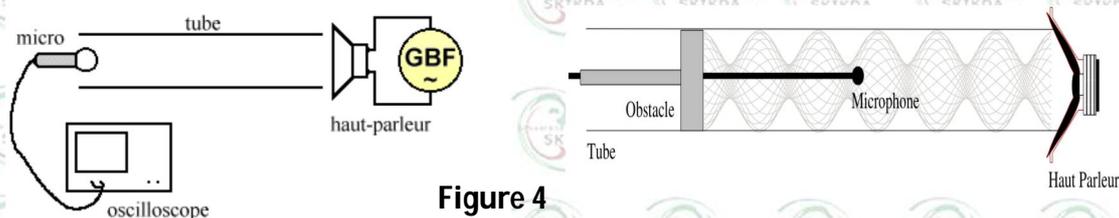


Figure 4

Les ondes sonores produites par le haut-parleur se propagent le long du tube jusqu'à l'extrémité réfléchissante. Les interférences créées par les ondes sonores incidentes et réfléchies créent un champ sonore d'ondes stationnaires. L'amplitude de ces signaux sonores sera captée par le microphone mobile et visualisée à l'aide de l'oscilloscope.

Au cours des manipulations on va étudier la variation de l'amplitude du champ sonore avec la position dans le tube de Kundt ainsi qu'en fonction de

fréquence du signal et des paramètres du tube. On déduira, de ces diverses manipulations, la célérité du son.

1. Fréquences de résonances

Dans le cas où le tube est ouvert sur l'une de ses extrémités. Placer le micro à une distance d du H.P. puis à partir d'une fréquence $< 100\text{Hz}$ faire varier la fréquence du générateur jusqu'à l'obtention de l'amplitude maximale sur l'oscilloscope. Continuez, à varier la fréquence du générateur et grâce à l'oscilloscope relever les fréquences successives correspondant aux amplitudes maximales. Faire un tableau adéquat. Refaire la même expérience dans le cas où l'extrémité est fermée.

Tracer les fréquences de résonance en fonction de leur numéro pour le tube ouvert. En déduire la célérité du son dans l'air.

2. Etude du système d'onde, modes propres

Régler la fréquence du générateur sur l'une des fréquences de résonances déterminées à l'expérience précédente. Grâce au micro mobile, relever les différentes positions, le long du tube, pour lesquelles on enregistrera les maxima et les minima de l'amplitude sur l'oscilloscope. Refaire la même chose pour toutes les fréquences de résonance. Mettre les résultats dans un tableau.

Tracer un croquis du champ sonore à l'intérieur du tube. Faire cette expérience dans les deux cas: extrémité ouverte et extrémité fermée.

La distance entre deux nœuds ou deux ventres étant Δx , tracez la variation de la fréquence f en fonction de $1/\Delta x$. En déduire la célérité c du son dans l'air.

3. Influence de la longueur du tube sur les modes propres

Placer le micro à une distance $d = \dots$ du H. P. Introduire le piston mobile à l'autre extrémité du tube. Fixer la fréquence du G.B.F. à $f_1 = \dots$ Hz. Déplacer le piston lentement le long du tube et relever les diverses positions des maxima du signal observé à l'oscilloscope. Refaire la manipulation pour $f_2 = \dots$ Hz. Donner les résultats dans un tableau. Déterminer la célérité du son dans l'air.

PROPAGATION D'UNE ONDE A LA SURFACE DE L'EAU

C'est une déformation de la surface de l'eau qui se propage de façon bidimensionnelle sans transport de matière. Deux types d'onde peuvent être produites à la surface de l'eau, ondes de gravités et ondes capillaires. Toutes les relations et les lois qui gouvernent la propagation des ondes peuvent être démontrées grâce aux ondes qui se propagent à la surface de l'eau.



Figure 1

Toutes les ondes sont caractérisées par une pulsation ω , une longueur d'onde λ (avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$), une vitesse de propagation, et une amplitude. On définit aussi la vitesse de phase v_φ , tel que $v_\varphi = \omega/k$. Si v_φ est indépendante de k , le milieu est dit non dispersif et toutes les ondes vont à la même vitesse. Si ce n'est pas le cas, le milieu est dispersif et les ondes ne vont pas à la même vitesse.

1 Objectif

- Mesure de la longueur d'onde en fonction de la fréquence et de la vitesse de phase.
- Mesure de la vitesse de phase minimal et la comparer avec sa valeur théorique.

2 Base Théorique

Soit une onde qui se propage à la surface d'un liquide. Cette onde est produite au moyen d'excitateurs d'ondes.

La vitesse de propagation de l'onde est donnée par:

$$v = \lambda \cdot f \quad (1)$$

où λ est la longueur d'onde et f est la fréquence choisie d'excitation.

Aussi la relation qui définit la vitesse de phase s'écrit:

$$v_\varphi = \sqrt{g \cdot \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}} \quad (2)$$

où ρ est la densité du fluide, g la constante de gravité, σ la tension superficielle du fluide et λ la longueur d'onde. L'analyse de cette relation permet de distinguer deux frontières différentes : ondes de gravité et ondes capillaires.

1- Si $\lambda > 1,7\text{cm}$ on aura
$$\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda} \ll \frac{g\lambda}{2\pi} \Rightarrow v_{\varphi} = v_g = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (3)$$

le terme gravitationnel domine le terme capillaire. Ce type d'ondes est dit ondes de gravité car la vitesse de phase ne dépend pas de la nature du milieu et la vitesse d'onde augmente avec la longueur d'onde..

2- Si $\lambda < 1,7\text{cm}$ on aura
$$\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda} \gg \frac{g\lambda}{2\pi} \Rightarrow v_{\varphi} = v_{\rho,\sigma} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}} \quad (4)$$

le terme capillaire domine le terme gravitationnel. Ce type d'onde est dit onde capillaire, dans ce cas la vitesse de phase dépend du milieu par les termes ρ (densité du fluide) et σ (tension superficielle du fluide). et la vitesse d'onde diminue lorsque la longueur d'onde augmente.

Le passage des ondes de gravités aux ondes capillaire se produit quand:

$$v_g = v_{\rho,\sigma} \quad (5)$$

Dans ce cas $\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda} = \frac{g\lambda}{2\pi}$ on aura alors

$$\lambda_c = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \cdot g}} \quad (6)$$

En intégrant dans la relation (1), on obtient l'expression de la vitesse minimal

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \lambda_c} \quad (7)$$

3 Manipulation

La cuve à ondes est un outil permettant d'analyser la formation et la propagation d'ondes à la surface d'un fluide. La lumière émise par une lampe stroboscopique est renvoyée par un miroir sur un écran dépoli. Les courbures à l'interface air-liquide agissent comme des lentilles et on observe

alors sur l'écran une image dont le contraste correspond aux déformations de la surface du fluide.



Figure 2

Les ondes sont créées par les oscillation d'un accessoire vibreur en forme de barre (ondes rectilignes) ou en forme d'une pointe (onde circulaire) suspendue et en contact avec la surface du fluide par l'intermédiaire d'un bras vibreur.

Mise en évidence des ondes circulaires

Monter d'abord l'excitateur d'ondes circulaires puis mettre en marche. Faire varier la fréquence excitatrice et mesurer la longueur d'onde λ_β avec une règle.

λ_β mesurer est l'écart entre deux fronts d'ondes sur l'écran où est projeté par le stroboscope, l'image des ondes se propageant à la surface de l'eau. Il faut tenir compte de l'échelle d'affichage pour déterminer la longueur d'onde réelle. On définit alors le coefficient de projection β (voir le mode d'emploi de la cuve à onde).

La longueur d'onde réel est donnée par: $\lambda = \frac{\lambda_\beta}{\beta}$

- Calculer les vitesses d'ondes ($v = \lambda \cdot f$) correspondantes à la longueur d'onde mesurée et à la fréquence choisie et comparer avec $v_{théo}$.

Remplir le tableau ci dessous

$f(Hz)$	$\lambda_\beta(cm)$	$\lambda(cm)$	v_{exp}	$v_{théo}$

- 1- tracer le graphe de $v_{exp} = f(\lambda)$.
- 2- Déterminer à partir du graphe la valeur de v_{min} et λ_c .
- 3- Comparer v_{min} expérimental avec v_{min} théorique.
- 4- Refaire la même chose avec les ondes rectilignes.

ANALYSE DES SIGNAUX ELECTRIQUE

- Série de Fourier-

Généralement, on utilise une représentation temporelle pour caractériser un signal quelconque, c'est à dire, observer son allure en fonction du temps (Voir figure1).

Ce type de représentation nous renseignent sur l'amplitude, la valeur crête, la valeur moyenne, etc... mais pas sur les fréquences contenues dans le signal.

Une autre représentation complémentaire à la représentation temporelle est alors utilisée, c'est la représentation fréquentielle ou spectre. Celle ci consiste à

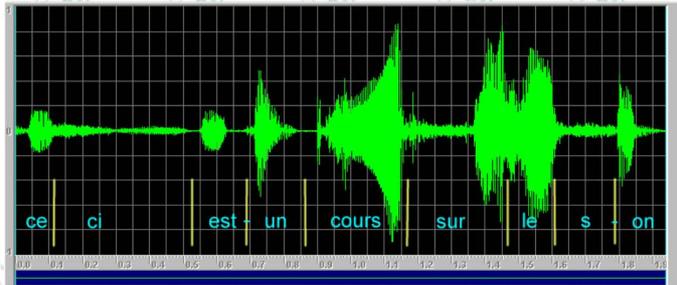


Figure 1

tracer en fonction de la fréquence les amplitudes des différentes composantes présentes dans le signal.

Par exemple, $q(t) = 5\sin(25t)$ est un signal sinusoïdal simple qui ne contient qu'une seule fréquence f , tel que : $f = \frac{\omega}{2\pi}$. Son spectre est représenté comme suit:

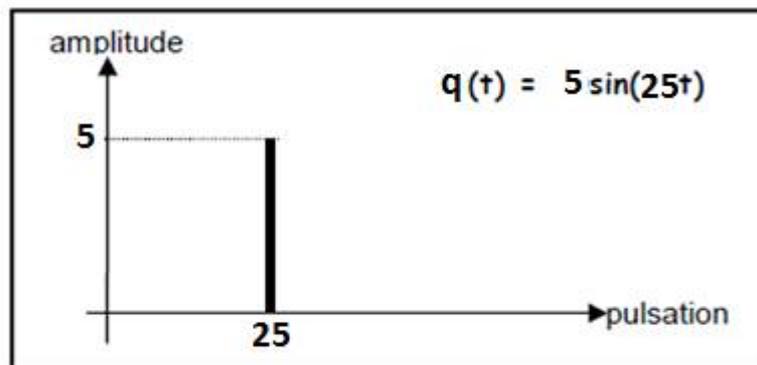


Figure 2

Dans le cas d'un signal plus complexe (parlé, musical, vidéo...etc), l'allure varie constamment au cours du temps. le signal contient plusieurs fréquences. La représentation spectrale nous renseigne alors sur les différentes composantes fréquentielles du signal.

Soit un signal périodique plus complexe, tel que:

$$q(t) = 3\cos(5t) + 6\sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos(3t)$$

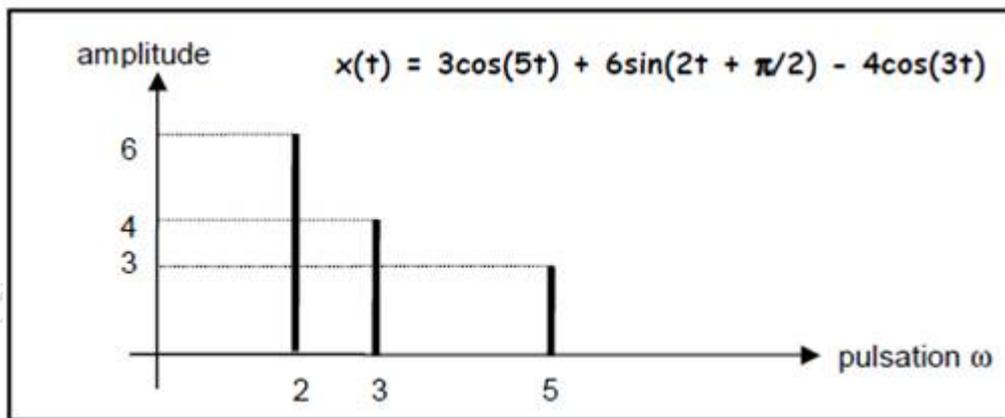


Figure 3

Dans le cas le plus général où la fonction est périodique et non sinusoïdale, il est mathématiquement possible de transformer cette fonction en une somme de sinusoides. On utilise alors la série de Fourier qui permet de transformer n'importe quel signal périodique en une somme de sinusoides où chaque terme de la somme aura une fréquence propre et une amplitude. Par conséquent on peut donner le spectre de n'importe quel signal périodique.

1 Objectif

- Traitement des signaux électriques périodiques (carré, triangulaire, ...etc) par la série de Fourier.
- Comparer les amplitudes des harmoniques avec les valeurs théoriques.

2 Base Théorique

2.1 Théorème de Fourier

N'importe quel phénomène physique périodique, d'énergie finie, continue ou partiellement continue se décompose en une somme de signaux sinusoïdaux ou harmoniques.

Soit une fonction $f(t)$ périodique de période $T = \frac{1}{f_0}$, Fourier démontra qu'on pouvait développer cette fonction en :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t)$$

où f_0 est la fréquence fondamentale, $\frac{a_0}{2}$ est la valeur moyenne et a_n et b_n sont les coefficients de Fourier. Les fréquences $n f_0$ qui sont des multiples entiers de f_0 (comme $2f_0$, $3f_0$, etc.) sont nommés les harmoniques.

Les coefficients de Fourier a_n et b_n se calculent de la manière suivante:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cos(2\pi n f_0 t), \quad n \geq 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \sin(2\pi n f_0 t), \quad n \geq 0$$

Remarque:

- Dans le cas d'une fonction pair les coefficients $b_n = 0$ et le développement ne comporte que des termes en cosinus.
- Dans le cas d'une fonction impair les coefficients $a_n = 0$ et le développement ne comporte que des termes en sinus.

2.2 Spectre du signal

Il convient de réécrire les terme en sinus et en cosinus du même rang harmonique $n f_0$ de la manière suivante:

$$a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t) = S_n \cos(2\pi n f_0 t - \Phi_n)$$

avec $S_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\text{tg} \Phi_n = \frac{b_n}{a_n}$

On peut représenter par un graphe la variation de l'amplitude S_n en fonction des harmonique $n f_0$. On porte en abscisse le rang n de l'harmonique, et on trace verticalement un segment de hauteur S_n égale à l'amplitude de l'harmonique. Un tel graphique est appelé spectre.

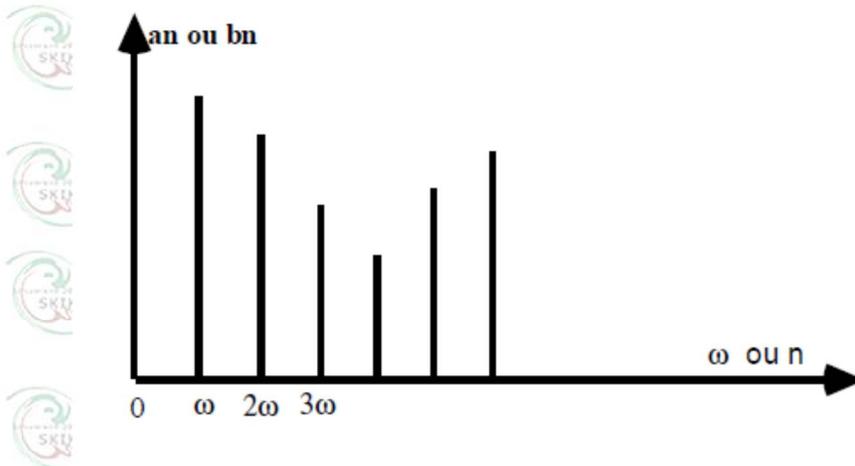
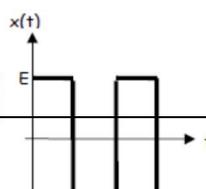


Figure 4 Spectre de Fourier d'un signal périodique

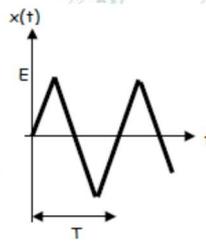
TPN°13

Décomposer en série de Fourier les signaux suivant et donner leur spectre:



1- Signal carré

1- Signal triangulaire symétrique

**3 Manipulation**

Il est possible par la pratique de trouver les harmoniques composant tous signal périodique (harmonique correspondant aux développement en série de Fourier). En utilise dans ce cas un circuit approprié constitué d'un générateur basse fréquence, d'un amplificateur sélectif est d'un oscilloscope comme montré dans la figure 5.

L'amplificateur sélectif est l'élément essentiel dans ce système, c'est un circuit résonant avec des fréquence de résonance adaptable f_0 . Si on excite ce circuit par un signal entré sinusoïdal d'amplitude V_e e et de fréquence f_e , une réponse est donné à la sortie de l'amplificateur par un signal sinusoïdal $V_s(t)$ avec une amplitude V_s et une fréquence f_e . La valeur de l'amplitude V_s change avec la fréquence f_e .

Le graphe correspondant à la fonction $V_s(f_e)$ obtenue au voisinage de f_0 est appelé courbe sélectif de l'amplificateur et f_0 fréquence de l'harmonique.

f_1 et f_2 sont des fréquence dite fréquence de coupure pour lesquelles on a:

$$V_s = V_s \left(\frac{f_0}{2} \right).$$

On détermine le facteur de qualité Q par l'expression:

$$\frac{1}{Q} = \left(\frac{f_2 - f_1}{f_0} \right) = 2\Delta f / f_0$$

On appel la bande passante, l'intervalle de fréquence $2\Delta f$:

$$\text{tel que } 2\Delta f = f_2 - f_1 = B_p$$

Recherche de la courbe sélectif

- Réaliser le montage qui illustrée dans la figure 5.
- Relié la tension d'entrée du générateur V_e sur le canal CH1 de l'oscilloscope.
- Régler la tension $V_s = 0,5V$ et la fréquence sur 1000Hz.
- Régler la fréquence propre de l'amplificateur sur $f_0 = 1000Hz$.
- Relier la sortie V_s sur le Canal CH2 de l'oscilloscope.

TPN°13

- Faire varier l'amplification jusqu'à obtenir V_{smax} maximal sans déformation, puis mesurer son amplitude et l'enregistrer sur le tableau.
- De la même manière que précédemment régler la fréquence du générateur sur une fréquence f_e qui se trouve dans le tableau et mesurer l'amplitude de la tension de sortie V_s de l'amplificateur.
- Remplir le tableau suivant:

f_e (Hz)	900	920	940	..	1000	...	1080	1100
V_s (V)								

- Tracer la courbe $V_s(f_e)$.
- De la courbe en déduire la bande passante B_p , sachant que pour les fréquences f_1 et f_2 on a $V_s = V_{smax}/2$.
- A partir de la courbe et le calcul de B_p expliquer le fonctionnement de l'amplificateur sélectif?

Analyse d'un signal

Traitement d'un signal carré:

Donner les quatre premiers termes des harmoniques de la série de Fourier du signal carré dont l'amplitude est $E_0 = 0,5V$

- Mettre l'amplificateur sur la position sélectif.
- Régler la fréquence propre de l'amplificateur sur $f_0 = 1000Hz$.
- Sélectionner le signal carré sur le générateur.
- Régler le générateur sur une tension d'entrée de $0.5V$ et une fréquence de $1000Hz$ pour avoir un signal V_s le plus grand possible.
- Régler à partir du tensiomètre d'amplification jusqu'à avoir l'amplitude V_s la plus grande.
- Mettre l'amplificateur sur la position "Non Sélectif", quelle est le type de fonction obtenu. Expliquer?
- Remettre l'amplificateur sur la position "Sélectif", que représente ce signal? Mesure son amplitude est l'enregistrer sur le tableau suivant:

Fréquence f_0 harmonique de l'amplificateur
Tension de sortie $V_s = b_n$

Mesure de l'amplification

Les amplitudes des quatre harmoniques trouvés précédemment et enregistrés dans le tableau sont des valeurs amplifiées. Pour avoir les valeurs réelles de ces harmoniques b_n , il faut mesurer l'amplification G en suivant la méthode suivante:

- Sélectionner le signal sinusoïdal sur le générateur et mesurer son amplitude.
- Mesurer l'amplitude de sortie correspondant à $f_e = 1000\text{Hz}$ puis en déduire le coefficient d'amplification $G = V_s / V_e$.
- Remplir le tableau suivant:

Fréquence de l'harmonique de l'ampli
Amplitude de l'harmonique $b_n = b_n' / G$
Coef de Fourier théorique

- Donner une présentation spectral théorique et expérimental sur le même graphe.
- Que concluez vous?

Traitement d'un signal triangle:

Donner les quarts premier terme des harmoniques de la série de Fourier du signal triangle dont l'amplitude est $E_0 = 0,5V$

- Mettre l'amplificateur sur la position sélectif.
- Régler la fréquence propre de l'amplificateur sur $f_0 = 1000\text{Hz}$.
- Sélectionner le signal triangle sur le générateur.
- Régler le générateur sur une tension d'entré de $0.5V$ et une fréquence de 1000Hz pour avoir un signal V_s le plus grand possible.
- Régler à partir du tensiomètre d'amplification jusqu'a avoir l'amplitude V_s la plus grande.

Mesurer son amplitude est l'enregistrer sur le tableau suivant:

Fréquence f_0 harmonique de l'amplificateur
Tension de sortie $V_s = a_n'$

Mesure de l'amplification

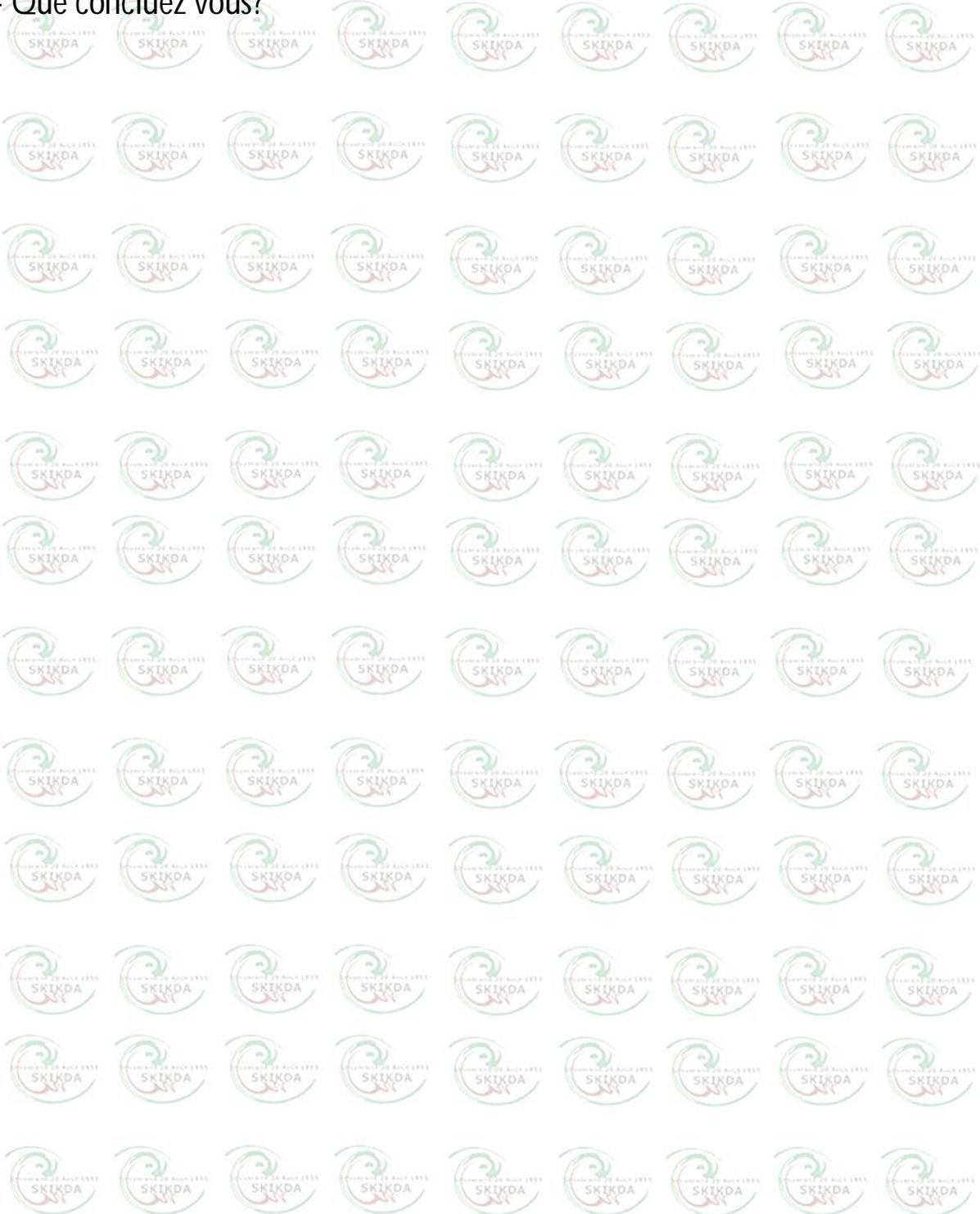
Les amplitudes des quarts harmonique trouvé précédemment et enregistré dans le tableau sont des valeurs amplifié. Pour avoir les valeurs réelles de ces harmoniques a_n , il faut mesurer l'amplification G en suivant la méthode suivante:

- Sélectionner le signal sinusoïdal sur le générateur et mesurer son amplitude.
- Mesurer l'amplitude de sortie correspondant à $f_e = 1000\text{Hz}$ puis en déduire le coefficient d'amplification $G = V_s / V_e$.
- Remplir le tableau suivant:

Fréquence de l'harmonique de l'ampli
Amplitude de l'harmonique $a_n = a_n' / G$

Coef de Fourier théorique
---------------------------	-----	-----	-----	-----

- Donner une présentation spectral théorique et expérimental sur le même graphe.
- Que concluez vous?



TPN°14

MOMENT D'INERTIE ET VIBRATIONS DE TORSION THEOREME DE HUYGENS

Partie I : Moment d'inertie et vibration de torsion

Chaque corps soumis à un mouvement de rotation autour d'un axe passant par son centre de gravité, lui correspond une grandeur physique dite moment d'inertie. Si ce mouvement est un mouvement oscillant, il est possible grâce à la mesure de la période d'oscillation de déterminer ce moment d'inertie.

1- Objectif

Le but de cette manipulation est de :

- 1- Détermination de la constante de torsion d'un ressort en spirale
- 2- Déterminer le moment d'inertie de corps rigide homogène et symétrique de différentes formes.
- 3- Déterminer le moment d'inertie de deux points matériels dont le centre de gravité coïncide avec l'axe de rotation.
- 4- Etude de l'effet de la distance des points à l'axe de rotation sur le moment d'inertie.

2- Base théorique

En considérant le centre de gravité d'un corps homogène en mouvement d'oscillation rotationnel comme origine de coordonnées et comme le point par lequel l'axe de rotation passe. Le moment cinétique et le moment du couple de ce corps sont reliés par l'équation

$$\vec{T} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad (1)$$

Le moment d'inertie dépend de la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ et du tenseur d'inertie \bar{I} tel que :

$$\vec{L} = \bar{I} \vec{\omega} \quad (2)$$

La vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (3)$

où θ est l'angle de rotation du corps

Si comme dans notre cas l'axe de rotation est dirigé suivant $\vec{\omega}$, le moment cinétique \vec{L} ne possède qu'une seule composante, tel que :

$$L_z = I_z \cdot \omega \quad (4)$$

Où, I_z est la composante suivant l'axe Oz du tenseur \bar{I} .

Par projection suivant l'axe Oz et en tenant compte des relation (3) et (4), l'équation (1) devient alors

$$T_z = I_z \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_z \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (5)$$

Comme le moment du couple d'un ressort spiral est donné par (à la limite Hookeen)

$$T_z = -D \cdot \theta \quad (6)$$

D : est la constante de torsion

En combinant les équations (5) et (6), on obtient l'équation du mouvement:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{D}{I_z} \theta = 0 \quad (7)$$

Qui équivaut à l'équation d'un système mécanique oscillant libre non amortie d'un degré de liberté, dont l'équation général du mouvement est :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (8)$$

ω_0 étant la pulsation propre d'oscillation qui est en relation avec la période propre d'oscillation T_0 par la relation

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (9)$$

On en déduit des relations précédentes que

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{D}} \quad (10)$$

Moment d'inertie d'un corps solide homogène

Le moment d'inertie suivant z d'un corps solide homogène est donné par

$$I_z = \iiint (x^2 + y^2) \cdot \rho(x, y, z) dx dy dz \quad (11)$$

ρ représente la répartition de la densité des corps.

Dans notre cas l'étude est réalisée sur les corps dont le centre de gravité est confondu avec l'origine des coordonnées.

Le moment d'inertie pour les solides de différentes formes est donné dans le tableau suivant

Forme du corps solide	Moment d'inertie I_z
Sphère de rayon r	$\frac{2}{5} mr^2$
Disque circulaire de rayon r	$\frac{1}{2} mr^2$
Cylindre plein de rayon r	$\frac{1}{2} mr^2$
Cylindre creux avec les deux rayons r_1 et r_2 ($r_1 < r_2$)	$\frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$
Barre mince de longueur L	$\frac{1}{12} mL^2$
Point matériel à une distance a de l'axe de rotation	ma^2

3- Manipulation

Détermination du couple de rappel

Exécuter le montage montré sur la figure.

On fixe la barre munie de deux masses positionnées symétriquement à une distance (r) déterminée, sur l'axe de rotation. Grâce à un dynamomètre on tourne la barre de 180° par rapport à sa position d'équilibre, le dynamomètre et la barre doivent former un angle droit. Enregistrer la force nécessaire à partir du dynamomètre.

Remplir le tableau suivant:

r(m)						
F(N)						
T_z (N.m)						
D (N.m/rad) = $\frac{T_z}{\theta}$						
ΔD						
$D \mp \Delta D$						

Détermination du moment d'inertie de différents solides

Soit trois corps solides homogène et symétriques: Sphère pleine de rayon r, cylindre plein, barre mince de longueur L et barre mince de longueur L avec des masses.

On positionne le corps solide sur l'axe de rotation et on laisse le système prendre son équilibre. On écarte le corps de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 puis on lâche le système sans vitesse initiale et on enregistre grâce à la cellule lumineuse et au compteur la période d'oscillation. Remplir les tableaux de dessous.

TPN°14

Cas de la sphère pleine	
θ_0	$\theta_0 = 20^\circ$

T				
T_{moy}				
I_z^{exp}				
$I_z^{\text{exp}} \pm \Delta I_z^{\text{exp}}$				
I_z^{theo}				

Cas d'un cylindre plein

θ_0	$\theta_0 = 20^\circ$			
T				
T_{moy}				
I_z^{exp}				
$I_z^{\text{exp}} \pm \Delta I_z^{\text{exp}}$				
I_z^{theo}				

Cas d'une tige de longueur L

θ_0	$\theta_0 = 20^\circ$			
T				
T_{moy}				
I_z^{exp}				
$I_z^{\text{exp}} \pm \Delta I_z^{\text{exp}}$				
I_z^{theo}				

Cas d'une tige supportant des masses symétriquement à r du milieu

r	10cm		15cm		20cm		25cm	
T								
T_{moy}								
I_z^{exp}								
$I_z^{\text{exp}} \pm \Delta I_z^{\text{exp}}$								
I_z^{theo}								

TPN°14

Partie II Théorème de Huygens appliqué a un disque en rotation

Chaque corps soumis à un mouvement de rotation lui correspond une grandeur physique dite moment d'inertie. Ce moment d'inertie dépend en valeur de l'axe de rotation choisi. Cependant il est une loi qui peut donner le

moment d'inertie d'un corps pour un certain axe de rotation en fonction du moment d'inertie de ce corps par rapport a un axe de rotation passant par son centre de gravité. Cette loi est dite loi de Huygens.

1 Objectif

-Détermination du moment d'inertie d'un disque en fonction de la distance entre centre de gravité et axe de rotation.

2 Base théorique

Dans le cas d'un disque homogène en rotation par rapport a son centre de gravité, le moment cinétique ne possède qu'une composante principale dirigée suivant l'axe de rotation qui est l'axe d'inertie principal.

Si on considère que l'axe de rotation est dirigé suivant Oz, on aura :

$$L_z = I_z \cdot \omega \quad (1)$$

Ou ω est la vitesse angulaire et I_z est la composante suivant z du tenseur d'inertie principal du disque.

La relation entre le moment cinétique et le moment du couple T du disque dans le référentiel cartésien dont l'origine est le centre de gravité est :

$$T_z = I_z \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_z \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2)$$

Comme le moment du couple d'un ressort en spirale est : $T_z = -D \cdot \theta$ (dans la limite hookienne), D la constante de torsion.

L'équation du mouvement sera :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (3)$$

On en déduit la période d'oscillation

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{D}} \quad (4)$$

Moment d'inertie d'un corps solide homogène par rapport a un axe de rotation ne passant pas par le centre de gravité

Le moment d'inertie suivant z d'un corps solide homogène est donné par

$$I_z = \iiint (x^2 + y^2) \cdot \rho(x, y, z) dx dy dz \quad (5)$$

ρ représente la répartition de la densité des corps.

Dans notre cas l'étude est réalisée sur les corps dont le centre de gravité est confondu avec l'origine des coordonnées.

La loi reliant le moment d'inertie à la distance entre centre de gravité et axe de rotation est déduite de la relation de Huygens donné par la formule :

$$I_z(\Delta) = I_z(G) + m a^2 \quad (6)$$

a étant la distance entre l'axe de rotation passant par (Δ) et le centre de gravité G .

On a alors :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_z(G) + m a^2}{D}} \quad (7)$$

3 Manipulation

Soit un disque métallique ayant tout au long de son diamètre plusieurs points d'attaches ou un axe de rotation peut être fixé. A cette axe de rotation est fixé un ressort en spirale qui peut être accroché au disque métallique. Ainsi, le disque peut sous l'effet du ressort avoir un mouvement de vibration rotationnel.

Mesure de la période d'oscillation

Grace a un compteur approprié on mesure la période d'oscillation du disque lâché de sa position $\alpha = 180^\circ$ et sans vitesse initiale. Pour avoir des mesures précises on mesure la période d'oscillation, en prenant la moyenne des mesures de la rotation de part et d'autre de la position d'équilibre. Remplir le tableau de dessous

Disque homogène et symétrique								
a	0cm		2,5cm		5cm		10cm	
T								
T_{moy}								
I_z^{exp}								
$I_z^{\text{exp}} \pm \Delta I_z^{\text{exp}}$								
I_z^{theo}								

TPN°15

TUBE A INTERFERENCES SELON QUINCKE

Le tube à interférence selon Quincke sert à étudier les interférences des ondes sonores. Il est constitué de deux tubes métalliques en forme de U et qui sont enchevêtrés l'une dans l'autre comme le montre la figure 1. Cet enchevêtrement permet une extension télescopique et on peut de cette

manière régler le parcours des deux ondes sonores. Ces deux ondes sont induites par une source sonore à travers l'ajutage comme montré dans la figure 1. L'une des ondes parcourt une distance fixe jusqu'au deuxième ajutage alors que la distance parcourue par la deuxième onde est ajustable en couissant les tube l'un dans l'autre. Ce parcours peut être lu en cm sur l'échelle. Les deux ondes s'interfèrent au deuxième ajutage. La variation du chemin parcouru Δl correspond à la différence de phase existant entre ces deux ondes à la sortie de l'ajutage. Dépendant de la valeur de la différence de phase donc de la différence de parcours libre Δl des deux ondes, une amplification ou une atténuation de l'intensité sonore aura lieu lors de l'interférence des ondes.

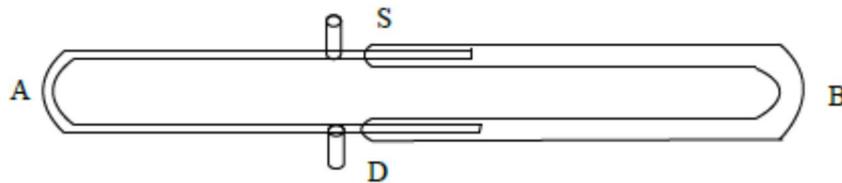


Figure 1

Pour les valeurs de différences de parcours libre Δl , tel que :

- $\Delta l = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ etc. On enregistre des maxima d'intensités.
- $\Delta l = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots$ etc. On enregistre des minima d'intensités.

Les fréquences d'études adéquates dans le tube à interférence sont de 500 Hz à 6000 Hz qui sont auditif par l'ouï humaine.

1- Objectif

- Mettre en évidence l'interférence des ondes sonores dans l'air.
- Mesure la longueur d'onde dans l'air.

2- Base théorique

Soit deux sources ponctuelles sonores aux point O_1 et O_2 qui engendrent des ondes sonores sinusoïdales de même pulsation ω , tel que.

En O_1 et en O_2 les ondes créés ont l'expression
$$\begin{cases} S_1 = a \cos \omega t \\ S_2 = b \cos \omega t \end{cases}$$

Ces deux ondes se propagent dans l'espace avec une vitesse v et au point P distant respectivement, des sources O_1 et O_2 de r_1 et r_2 s'interfèrent. Les expressions de la perturbation au point P engendrée par les deux ondes sont alors :

$$\begin{cases} S_1(t, r_1) = a \cos[\omega t - \varphi_1] = a \cos[\omega (t - \frac{r_1}{v})] \\ S_2(t, r_2) = b \cos[\omega t - \varphi_2] = b \cos[\omega (t - \frac{r_2}{v})] \end{cases}$$

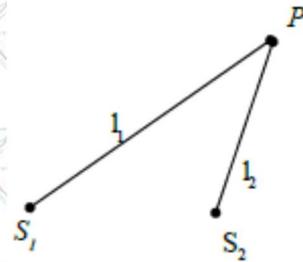


Figure 2

On sait que dans le cas d'ondes progressives on a :

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{1}{f} = v \cdot \frac{2\pi}{\omega}$$

L'amplitude ou l'intensité I de l'onde résultante de l'interférence des deux ondes sonores dépend intimement de la différence de phase entre les deux ondes au point P, tel que :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Avec I_1 et I_2 les intensités des ondes au point P engendré respectivement des sources aux points O_1 et O_2 et δ la différence de phase entre ces deux ondes.

On a :

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = k (r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2)$$

Où λ est la longueur d'onde, k le vecteur d'onde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et $(r_1 - r_2)$ la différence de parcours libre Δr ($\Delta r = \Delta l$ dans le cas du tube d'interférence selon Quincke).

On dit que l'interférence est constructive si $\delta = 2n\pi$, on enregistre dans ce cas des maximums, si par contre $\delta = (2n + 1)\pi$ on dit que l'interférence est destructive et on enregistre des minimums (avec $n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Autrement dit si la différence de parcours :

$$\begin{cases} 2x = \Delta r = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots & \text{on aura amplification du signal d'interférence} \\ 2x = \Delta r = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots & \text{on aura réduction du signal d'interférence} \end{cases}$$

A température fixe, on peut admettre avec une bonne approximation que les compressions et dilatations de l'air due à l'onde sonore sont des processus adiabatiques (sans échanges de chaleur avec les tranches voisines).

Dans ce cas on a : $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ dans le cas de l'air à température normale

$M = 29 \text{ g/mol}$; $\gamma = 1,40$; $R = 8,31 \text{ J/K}$; $T = 273 \text{ K}$; $C = 330 \text{ m/s}$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$: est le rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant. $R = 8,3145 \text{ [J/(mol.K)]}$: constante du gaz parfait

T : température [K]

M : masse molaire de l'air

Le tableau suivant présente l'influence de la température sur l'air sous la pression d'une atmosphère :

T [°C]	-10	-5	0	+5	+10	+15	+20	+25	+30
C [m/s]	325,4	328,5	331,5	334,5	337,5	340,5	343,4	346,3	349,2

3- Manipulation

Faire le montage montré sur la figure ci-dessous.

Régler le générateur de fréquence sur $f = \text{????? Hz}$ et mettre en marche le multimètre. Faire glisser délicatement le tube amovible et enregistrer la différence de parcours correspondant aux valeurs maximales et aux valeurs minimales affichées sur le multimètre.

- Remplir le tableau suivant.

$f = 3.556 \text{ KHz}$						
n	1	2	3	4	5	6
Signal max: x						
$\Delta l = 2x$						
Signal min: y						
$\Delta l = 2y$						
$\left(\frac{y}{x}\right)_{thé}$						
$\left(\frac{y}{x}\right)_{exp}$						
v						

- Calculer la vitesse du son dans l'air avec l'incertitude due aux mesures.

- Refaire le même travail pour deux autres fréquences au choix.