ملاحظة : تحتوي هذه المطبوعة على محاور مكملة تتضمن المحتويات الاساسية لبرنامج الاحصاء، الموجهة إلى طلبة السداسي الثالث– ليسانس علوم اجتماعية.

المحور الأول: مدخل مفاهيمي حول علم الإحصاء

أولا: طبيعة علم الإحصاء

يختص علم الإحصاء بجمع و عرض و تحليل و استخدام البيانات الرقمية لعمل استدلالات و اتخاذ قرارات في ظل عدم التأكد في مجالات الأقتصاد و الأعمال و غيرها من العلوم الإجتماعية و الطبيعية.

و ينقسم الإحصاء إلى الإحصاء الوصفي و الإحصاء الاستدلالي. و يختص الإحصاء الوصفي بتلخيص و توصيف مجموعة من البيانات. بينما يختص الاحصاء الإستدلالي بالوصول إلى تعميم عن خواص الكل(و يسمى المجتمع) من واقع فحص جزء من هذا الكل (و يسمى العينة). و لكي يكون هذا التعميم سليما يجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع و أن يتم تحديد احتمال الخطأ في هذا التعميم (سلفتور،1982، 7).

مثال: أفترض أن لدينا بيانات عن دخل 1000 أسرة. فإن هذه البيانات يمكن تلخيصها بإيجاد متوسط دخل الأسرة و تعيين مدى انتشار دخل الأسر حول هذا المتوسط. و يكمن أيضا توصيف البيانات بإنشاء جدول أو رسم بياني لعدد او نسبة العائلات في كل فئة من فئات الدخل. أن هذا مانعنيه بالإحصاء الوصفي. أما إذا كانت هذه الأسر(1000 أسرة) ممثلة لجميع العائلات موضوع الدراسة، فإنه يمكننا تقدير متوسط لدخل الأسرة في بلد معين و بإجراء اختبارات للفروض عن هذا المتوسط. و حيث أن هذه النتائج معرضة للخطأ فإننا مجبرين على تحديد احتمال الخطأ في هذه النتائج. و هذا هو موضوع الاستدلال الإحصائي(سلفتور،15،1982).

ثانيا: مجالات الدراسة في الإحصاء

الإحصاء مجموعة من الإجراءات و الاساليب المستخدمة في جمع و عرض و تحليل البيانات التي تبنى عليها القرارات في مواجهة عدم التأكد أو في مواجهة نقص المعلومات. و في الوقت الحاضر نجد أن التحليل الإحصائي يستعمل تقريبا في كل مهنة. فالاقتصادي يستخدمه لاختبار كفاءة أساليب الإنتاج المختلفة، و رجل الأعمال قد يستخدمه لاختبار تصميم او تغليف المنتج بما يعظم المبيعات، و الباحث الإجتماعي يستخدمه لتحليل نتائج عقار معين على برنامج تأهيل، و عالم النفس الصناعي لدراسة استجابات العمال لظروف العمل بالمصنع. و العالم السياسي للتنبؤ بأنماط التصويت، و الطبيب لاجتبار فعالية عقار جديد، و الكيميائي لإنتاج أسمدة أرخص، و هكذا(حلمي 1994، 55).

ثالثا: الاحصاء الوصفي :

الإحصاء الوصفي يختزل مجموعة البيانات إلى معلومة أو إثنين تميزان كل البيانات. و يتعلق أيضاً الإحصاء الوصفي بتقديم مجموعة البيانات على شكل جداول أو رسوم بيانية، و غيرها من وسائل العرض البياني.

ربعا: الإحصاء الاستدلالي:

و يشمل التقدير و اختبار الفروض. و يتعلق باستخلاص تعميمات عن خواص المجتمع من واقع خواص عينة مأخوذة من هذا المجتمع. و من ثم فإن الإحصاء الإستدلالي يتضمن تعليلا استقرائيا. و ذلك على نقيض التعليل الاستنباطي الذي يستنبط خواص الجزء مبتدئاً من الكل.

الفرق بينهما:

بدأ الإحصاء كعلم وصفي بحت، و لكنه تطور إلى أداة قوية لاتخاذ القرارات مع نمو فرع الاستدلال فيه. و اصبح التحليل الإحصائي الحديث ينصب أساسا على الإحصاء

الاستدلالي. و مع ذلك فإن الإحصاء الاستدلالي و الاحصاء الاستنباطي مكملان احدهما للأخر. و قبل أن نتعلم التعميم من العينات إلى المجتمعات يجب أن نتعلم كيفية توليد العينات من المجتمع(Verlant,2008,165).

لكي يكون الاستدلال الإحصائي سليما يجب أن يستند إلى عينة تعكس تماما صفات و خواص المجتمع الذي سحبت منه. و تكون **العينة ممثلة** إذا كانت **المعاينة عشوائية** حيث يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع نفس الفرصة للدخول في العينة.

وحيث أن احتمال الخطأ وارد في الاستدلال الإحصائي فإن تقديرات و اختبارات خواص المجتمع تُعطى و معها فرصة أو أحتمال الخطأ في هذه التقديرات أو الاختبارات و من هنا فإن **نظرية الاحتمالات** تعتبر عنصرا أساسيا في الاستدلال الإحصائي.

مثـــال:

(أ) كيف يمكن لمدير شركة تنتج مصابيح كهربائية أن يلخص و يصف لاجتماع مجلس الإدارة نتائج اختبار عمر عينة من 100 مصباح من إنتاج الشركة، من خلال التطرق للإحصاء الوصفي؟

إن عرض البيانات الخام عن عمر كل مصباح في العينة أمر غير ملائم و يستغرق وقتا طويلا من أعضاء المجلس لتقويمها. و يمكن بدلا من ذلك يقوم المدير باختزال البيانات بتوضيح أن متوسط عمر المصابيح التي تم اختبارها في العينة هو 360 ساعة و أن 95% من المصابيح التي فحصت بيه 320 و 400 ساعة. و يكون المدير بذلك قد قام بتقديم معلومتين (متوسط العمر و انتشار المفردات حول القيمة الوسطى) تميزان عمر المصابيح المائة التي تم فحصها. و يكون المدير بذلك قد قدم معلومتين (متوسط العمرو انتشار المفردات حول القيمة الوسطى) تميزان عمر المصابيح المائة التي تم فحصها. و قد يرى المدير أيضا أن يصف البيانات باستخدام جدول أو رسم بياني يوضح عدد أو نسبة المصابيح موزعة على فئات طول كل منها عشرة ساعات طبقا للعمر الذي قضاه كل مصباح. و يكون مثل هذا العرض الجدولي أو البياني مفيدا في الإلمام العام السريع

بالبيانات. و بتلخيص و توصيف البيانات على النحو الموضح يكون المدير قد استخدم الإحصاء الوصفي. و جدير بالذكر أن الإحصاء الوصفي يمكن استخدامه في تلخيص و توصيف أي مجموعة من البيانات سواء كانت عينة كما في المثال السابق أو مجتمعا (عندما تكون مفردات المجتمع معروفة و يمكن قياس خواصها)(Verlant, 2008,204).

(ب) كيف يمكن للمدير من خلال المثال السابق أن يتطرق إلى الأستدلال الاحصائي؟

تتطلب مراقبة جودة الإنتاج أن يكون لدى المدير فكرة جيدة تماما عن متوسط عمر المصابيح الكهربائية التي تنتجها الشركة و الانتشار حول هذا المتوسط. غير أن فحص جميع المصابيح الكهربائية يؤدي إلى تدمير إنتاج الشركة كله. و حتى عندما لا يؤدي الفحص إلى تدمير المنتج ، فإن فحص الإنتاج كله يكون عادة باهظ التكلفة و يستغرق وقتا طويلا. و عليه، فإن الإجراء المتبع هو أخذ عينة من الإنتاج و الإستدلال على خواص و صفات الإنتاج كله (المجتمع) من الصفات المناظرة للعينة المسحوبة من المجتمع(Bressoud,2010,65).

يتطلب الاستدلال الإحصائي أولا أن تكون العينة ممثلة للمجتمع الذي أخذت منه. فإذا كانت الشركة تنتج المصابيح الكهربائية في مصانع مختلفة، باستخدام أكثر من وردية واحدة، و باستخدام مواد خام مشتراة من أثر من مورد فهذه جميعا يجب أن تمثل في العينة بنسبة مساهمتها في الإنتاج الكلي للشركة. فباستخدام متوسط عمر المصابيح في العينة و الانتشار حول هذا المتوسط يمكن لمدير الشركة أن يقدر، باحتمال 95% أن يكون تقديره صحيحا و أحتمال 5% أن يكون تقديره خاطئا، أن متوسط العمر لكل المصابيح التي تنتجها الشركة يقع بين320 و 400 ساعة. و كبديل يمكن للمدير أن يستخدم معلومات العينة لكي يختبر، باحتمال 95% أن يكون على صواب، و احتمال 5% أن يكون على خطأ، إن متوسط العمر في مجتمع جميع المصابيح التي تنتجها الشركة أكبر من 320 ساعة . سواء في التقدير أو في أختبار متوسط المجتمع باستخدام بيانات العينة يكون المدير مستخدما للاستدلال الإحصائي(سلفتور، 1982، 17).

المحور الثاني : مسائل و حلول متعلقة بالدرس الأول حول إحتمالات الاحداث المنفردة

التمرين 1:

أ- فرق بين الاحتمال الكلاسيكي أو المسبق، و بين التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي و بين الاحتمال الشخصي أو الذاتي؟

ب- ما عيوب كل منها؟

ج- لماذا ندرس نظرية الاحتمالات؟

التمرين 2:

1- ماهو احتمال صورة في رمية واحدة لعملة متوازنة؟ كتابة؟ صورة أو كتابة؟

2- ظهور العدد 2 في رمية واحدة لنردة غير متحيزة؟ عدد غير 2؟ عدد 2 أو عدد ليس 2؟

التمرين 3:

عند سحب ورقة واحدة من مجموع أوراق لعب مخلوطة جيدا ما احتمال أن تكون الورقة:

1- ملك 2- زهرة 3- ملك زهرة 4- لست ملك زهرة 5- ملك زهرة أو ليست ملك زهرة؟

التمرين 4:

وعاء يحتوي على 10 كرات متماثلة، منها 5 بيضاء، 3 زرقاء و 2 خضراء. سحبت كرة من الوعاء. ماهو احتمال أن تكون:

1- حمراء؟ 2- زرقاء؟ 3- خضراء؟ 4- لست زرقاء؟ 5- ليست خضراء؟ 6- خضراء أو لست خضراء؟ 7- ماهو معامل الترجيح لصالح سحب كرة زرقاء؟ 8- ماهو معامل الترجيح لصالح سحب كرة غير زرقاء؟

التمرين 5:

افترض أن الرقم 3 ظهر 106 مرة في 600 رمية لنردة:

1- ما هو التكرار النسبي للرقم 3؟ كيف يختلف هذا عن الاحتمال الكلاسيكي أو المسبق؟

2- إذا زاد عدد مرات رمي النردة ماذا تتوقع أن يكون التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي؟

التمرين 6:

عملية إنتاجية ينتج عنها 27 وحدة معيبة في كل 1000 وحدة منتجة:

1- ما هو التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي للوحدة المعيبة؟

2- من بين إنتاج يومي قدره 1600 وحدة، كم عدد الوحدات المعيبة التي تتوقعها؟

- **حلول تمارين الاحداث المنفردة**

حل التمرين 1:

طبقا للإحتمال الكلاسيكي ، فإن احتمال حدث ما A هو:

$$P(a) = \frac{Na}{\mathrm{N}}$$

حيث P(a) = احتمال وقوع الحدث a

Na = عدد الطرق التي يمكن أن يقع بها الحدث A

N = عدد النواتج الكلية و كلها متساوية الفرصة في الوقوع.

ففي المدخل الكلاسيكي، يمكن عمل تقارير احتمالية عن عملات متوازنة، و أحجار نرد غير متحيزة و أوراق لعب بدون رمي عملة، أو إلقاء نردة، أو سحب ورقة من مجموعة أوراق لعب. أما التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي فيمثل النسبة بين عدد المرات الي يقع فيها حدث ما فعلا و بين العدد الكلي للنواتج الفعلية أو المشاهدات. و كلما زاد عدد المحاولات أو التجارب (مثل عدد مرات رمي العملة). كلما اقترب التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي من الاحتمال الكلاسيكي أو المسبق. أما الاحتمال الشخصي أو الذاتي فيشير إلى درجة الاعتقاد لدى شخص ما بأن حدثا معينا سوف يحدث، تأسيسا على أي أدلة متوافرة لديه.

2- الاحتمال الكلاسيكي يمكن تطبيقه فقط على ألعاب الصدفة (مثل رمي عملة متوازنة، إلقاء حجر نرد غير متحيز، أو سحب ورقة من مجموعة أوراق لعب عادية) حيث يمكننا أن نحدد مقدما، أي بدون تجريب، احتمال حدوث حدث ما. و عادة في مشاكل الأقتصاد و الأعمال الحقيقية لا يمكننا غالبا تعيين الاحتمالات مقدما و من ثم لا يمكننا استخدام المدخل الكلاسيكي. و يتغلب التكرار النسبي و الاحتمال التجريبي على عيوب المدخل الكلاسيكي باستخدام التكرارات النسبية التي حدثت في الماضي كاحتمالات. و لكن الصعوبة في التكرار النسبي أو المدخل التجريبي أننا نحصل على احتمالات مختلفة (تكرارات نسبية) عندما يختلف عدد المحاولات أو التجارب. و تستقر هذه الاحتمالات، أو تقترب من نهاية، مع زيادة عدد التجارب أو المحاولات. و حيث أن هذا قد يكون مكلفا أو ستغرق وقتا، فقد يلجأ الناس إلى استخدامه بدون عدد "عدد كاف" من التجارب و المحاولات. أما عيب المدخل الشخصي أو الذاي فهو أن الأفراد المختلفين قد يعطون احتمالات مختلفة تماما عندما يجابهون نفس الموقف.

3- معظم القرارات التي نجابها في الإقتصاد، و العلوم، و في حياتنا اليومية تتضمن مخاطرة و احتمالات. هذه الاحتمالات يمكن فهمها و توضيحها بشكل أسهل في مباريات الاختيار لأنه يمكن تعيين احتمالات موضوعية للأحداث المختلفة بسهولة في مثل هذه الحالات. و مع ذلك فإن السبب الرئيسي لدراسة نظرية الاحتمالات هو المساعدة على اتخاذ قرارات ذكية في الاقتصاد، و الأعمال، و العلوم، و الحياة اليومية عندما تتضمن مخاطرة أو عدم تأكد.

حل التمرين 2:

1- ماهو احتمال صورة في رمية واحدة لعملة متوازنة؟ كتابة؟ صورة أو كتابة؟

2- ظهور العدد 2 في رمية واحدة لنردة غير متحيزة؟ عدد غير 2؟ عدد 2 أو عدد ليس 2؟

(1)
$$P(\mathrm{p}) = \frac{Np}{\mathrm{N}} = \frac{1}{2}$$
$$P(f) = \frac{Nf}{N} = \frac{1}{2}$$
$$P(\mathrm{p}) + p(f) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

(2) حيث أن كلا من الوجوه الستة لنردة غير متحيزة لها نفس الإمكانية في الظهور و أن 2 هي إحدى هذه الإمكانيات فإن،

$$P(2) = \frac{N2}{N} = \frac{1}{6}$$

إحتمال عدم الحصول على 2 (أي (P(2)) هو

$$P(2') = 1 - p(2) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$P(2) + P(2') = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$ تام تأكد

حل التمرين 3:

عند سحب ورقة واحدة من مجموع أوراق لعب مخلوطة جيدا ما احتمال أن تكون الورقة:

1- ملك، 2- زهرة، 3- ملك زهرة، 4- لست ملك زهرة ، 5- ملك زهرة أو ليست ملك زهرة؟

(1) حيث أن هناك 4 ملك R ، في المجموعة العادية المكونة من 52 ورقة فإن:

$$P(r) = \frac{Nr}{N} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

(2) حيث أن هناك 13 ورقة زهرة T ، من إجمالي 52 ورقة،

$P(T)=13/52=1/4$

(3) هناك ملك زهرة واحد في مجموعة أوراق اللعب فيكون $P(R_T)=1/52$

(4) احتمال عدم سحب ملك زهرة $P(R_T')=1-1/52=51/52$

(5) $P(R_T)+ P(R_T')=1/52+ 51/52=52/52=1$

حل التمرين 4:

وعاء يحتوي على 10 كرات متماثلة، منها 5 بيضاء، 3 زرقاء و 2 خضراء. سحبت كرة من الوعاء. ماهو احتمال أن تكون:

1- حمراء؟ 2- زرقاء؟ 3- خضراء؟ 4- لست زرقاء؟ 5- ليست خضراء؟ 6- خضراء أو لست خضراء؟ 7- ماهو معامل الترجيح لصالح سحب كرة زرقاء؟ 8- ماهو معامل الترجيح لصالح سحب كرة غير زرقاء؟

$$P(r) = \frac{Nr}{N} = \frac{5}{10} = 0,5 \quad (1)$$

$$P(b) = \frac{Nb}{N} = \frac{3}{10} = 0,3 \quad (2)$$

$$P(v) = \frac{Nv}{N} = \frac{2}{10} = 0,2 \quad (3)$$

$$P(b') = 1 - p(\mathrm{b}) = 1 - 0,3 = 0,7 \quad (4)$$

$$P(v') = 1 - \mathrm{p(v)} = 1 - 0,2 = 0,8 \quad (5)$$

$$P(v) + P(v') = 0,2 + 0,8 = 1 \quad (6)$$

(7) معامل الترجيح لصالح التقاط كرة زرقاء يعبر عن النسبة بين عدد طرق التقاط كرة غير زرقاء، و حيث أن هناك 3 كرة زرقاء، و 7 كرة غير زرقاء، فإن معامل الترجيح لصالح التقاط كرة زرقاء هو:

3 إلى 7 أو 3:7

(8) معامل الترجيح لصالح التقاط كرة غير زرقاء هو 7 إلى 3 أو 7:3

حل التمرين 5:

افترض أن الرقم 3 ظهر 106 مرة في 600 رمية لنردة:

1- ما هو التكرار النسبي للرقم 3؟ كيف يختلف هذا عن الاحتمال الكلاسيكي أو المسبق؟

2- إذا زاد عدد مرات رمي النردة ماذا تتوقع أن يكون التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي؟

(1) التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي للرقم 3 هو النسبة بين عدد مرات ظهور الرقم 3(106) و العدد الكلي لمرات رمي النردة (600). و عليه فإن التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي للرقم 3 هو 0,177= 106/600

حل التمرين 6:

عملية إنتاجية ينتج عنها 27 وحدة معيبة في كل 1000 وحدة منتجة:

1- ما هو التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي للوحدة المعيبة؟

2- من بين إنتاج يومي قدره 1600 وحدة، كم عدد الوحدات المعيبة التي تتوقعها؟

(1) التكرار النسبي أو الأحتمال التجريبي للوحدة المعيبة 27/1000=0,027

(2) بضرب عدد الوحدات المنتجة يوميا في التكرار النسبي أو الاحتمال التجريبي للوحدة المعيبة (0,027)، نحصل على عدد الوحدات المعيبة المتوقعة بين الانتاج اليومي. و يكون هذا (0 ,027)(1600) لأقرب وحدة.

المحور الثالث: احتمالات الأحداث المتعددة

1- قاعدة الجمع للأحداث المتنافية: يعتبر الحدثان A و B متنافيان بالتبادل إذا كان وقوع A يحجب وقوع B و العكس بالعكس(Verlant, 2008,59). عندئذ:

$$P\left(A \text{ أو } B\right) = P(A) + P(B)$$

مثال(5):في رمية واحدة لحجر نرد، يمكن الحصول على واحد من 6 نواتج ممكنة:1، 2، 3، 4، 5، 6. هذه الأحداث متنافية بالتبادل. فإذا كانت النردة غير متحيزة فإن: $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$ ويكون احتمال الحصول على 2 أو 3 في رمية واحدة للنردة:

$$P\left(2 \text{ أو } 3\right) = P(2) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

و بالمثل:

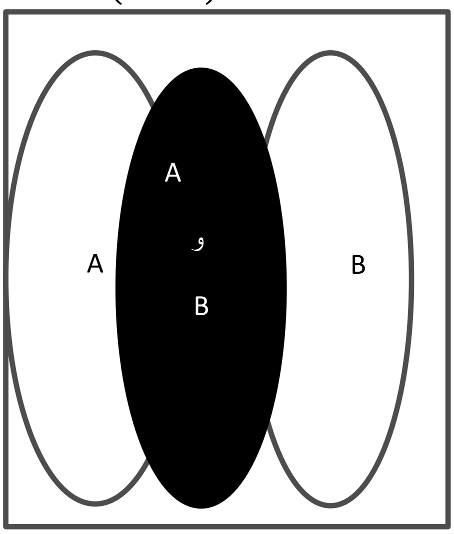
$$P\left(2 \text{ أو } 3 \text{ أو } 4\right) = P(2) + P(3) + P(4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2- قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية:

يعتبر الحدثان A و B غير متنافيين بالتبادل إذا كان وقوع A لا يحجب وقوع B و العكس بالعكس. عندئذ(Verlant,2008,62):

$$P\left(A \text{ أو } B\right) = P(A) + P(B) - P\left(A \text{ و } B\right)$$

الشكل 2



و تطرح قيمة $P\left(A\text{ و }B\right)$ حتى نتجنب حسابها مرتين(سلفتور،1982، 52). ويمكن إدراك ذلك من الشكل1

مثال6:عند سحب ورقة واحدة من مجموع أوراق لعب 52 مخلوطة خلطا جيدا فإن الحدث « ملك R » والحدث « زهرة T » هما حدثين **غير متنافيين بالتبادل لأنه يمكن سحب ملك زهرة، فيكون:**

$$P\left(R\text{ أو }T\right) = P(R) + P(T) - P\left(R\text{ و }T\right) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

$$P(R \cup T) = P(R) + P(T) - P(R \cap T) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

و باستخدام نظرية المجموعات، فإن العبارات السابقة يمكن إعادة كتابتها بالشكل التالي:

حيث الرمز ∪ (و يقرأ "إتحاد") و يحل محل "أو"، الرمز ∩ (و يقرأ " تقاطع") يحل محل "و".

3- قاعدة الضرب للأحداث المستقلة:

يعتبر الحدثان A و B مستقلين إذا كان وقوع A غير مرتبط بأي طريقة بوقوع B. عندئذ الإحتمال المشترك للحدثين A وB هو

$$P\left(A\text{ و }B\right) = P(A).P(B)$$

مثال(7): تعتبر نواتج رميتين متتاليتين لقطعة نقد متوازنة أحداثا مستقلة. فناتج الرمية الأولى لا يؤثر على أي نحو على ناتج الرمية الرمية الثانية(Saporta,1990, 82). فيكون:

$$P\left(F\text{ و }F\right) = P(F \cap F) = P(F).P(F) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

و بالمثل:

$$P\left(F\text{ و }F\text{ و }F\right) = P(F \cap F \cap F) = P(F).P(F).P(F) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0.125$$

4- قاعدةالضرب للأحداث غير المستقلة:

يعتبر الحدثات غير مستقلين إذا كان وقوع أحدهما مرتبطا بطريقة ما بوقوع الأخر. عندئذ:

$$P\left(A\text{ و }B\right) = P(A).P(B/A)$$

و تقرأ كالأتي: " احتمال وقوع كل من الحدثين A و B يساوي احتمال وقوع الحدث A مضروبا في احتمال وقوع B إذا علم أن الحدث A قد وقع فعلا(Saporta,1990, 84).

$$P\left(A \text{ و } B\right) = P\left(B \text{ و } \mathrm{A}\right)$$

مثال(8): احتمال الحصول على " ملك مربع" عند سحب الورقة الأولى من مجموعة أوراق اللعب هو

$$P(\mathrm{Rca}) = \frac{1}{52}$$

فإذا كانت الورقة الأولى المسحوبة هي فعلا "ملك مربع"، ولم تعد الورقة المسحوبة إلى المجموعة فإن احتمال الحصول على ملك اخر عند سحب الورقة الثانية تتوقف على نتيجة السحب الأول، حيث أصبح بالمجموعة 3 ملك فقط من مجموع 51 ورقة المتبقية في المجموعة. و يكون الاحتمال الشرطي لسحب ملك أخر، بمعلومية أن الورقة الأولى كانت ملك مربع و لم تعد للمجموعة، هو:

$$P(R/Rca) = 3/51$$

و إذن فاحتمال سحب مربع في السحبة الاولى، بدون إحلال، وسحب ملك أخر في السحبة الثانية هو :

$$P\left(\ Rca \text{ و } R\ \right) = P(\mathrm{Rca}).P(R/Rca) = \frac{1}{52}.\frac{3}{51} = \frac{3}{2652}$$

و ترتبط بالاحتمال الشرطي نظرية بييز، كما تراجع أساليب العد من توافيق و تباديل Tassi) .1990, 43)

3- مسـائل وحلــول

التمرين 7:

عرف و اعط بعض الأمثلة على الأحداث التي تكون:

1- متنافية الحدوث ، (2) ليست متنافية الحدوث, (3) مستقلة ، (4) غير مستقلة

التمرين 8:

أرسم شكل فني لـ (1) الأحداث المتنافية (2) للأحداث غير المتنافية (3) هل الأحداث المتنافية مستقلة أم غير مستقلة؟ لماذا؟

التمرين 9

ما هو إحتمال الحصول على: (1) أقل من 3 في رمية لنردة غير متحيزة؟

(2) مربع أو قلب عند سحب ورقة واحدة من مجموعة عادية مخلوطة خلطا جيدا؟

(3) كرة حمراء أو زرقاء من وعاء يحتوي على 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 2 خضراء؟

(4) أكثر من 3 في رمية واحدة لنردة غير متحيزة؟

التمرين 10

(1) ما هو احتمال الحصول على أس أو زهرة عند سحب ورقة واحدة من مجموعة أوراق لعب مخلوطة خلطا جيدا؟

(2) ما هي وظيفة الحد السالب في قاعدة الجمع، للأحداث غير المتنافية؟

التمرين 11:

ما هو احتمال (1) تضخم I أو كساد R، إذا كان احتمال التضخم 0,3 و احتمال الكساد 0,2 و احتمال التضخم و الكساد 0,06؟

(2) سحب أس، سهم، أو مربع عند سحب ورقة واحدة من مجموعة أوراق لعب؟

التمرين 12:

ما هو احتمال الحصول: (1) 6 و 6 في رميتين لحجر نرد؟

(2) 6 على كل نردة عند رمي نردتين؟

(3) كرتين زرقاوين في سحبين متتاليين مع الإحلال من الوعاء؟

(4) 3 بنات في عائلة لديها 3 أطفال؟

التمرين 13:

(1)أسرد كل النواتج الممكنة لإلقاء نردتين في آن واحد

(2) ما هو احتمال الحصول على مجموع 5 عند إلقاء نردتين في آن واحد؟

(3) ما هو احتمال الحصول على مجموع 4 أو أقل عند رمي نردتين في آن واحد؟ أكثر من 4؟

التمرين 14:

ما هو احتمال:

(1) إلتقاط كرة حمراء ثانية من الوعاء (في التمرين 4) علما بأنه قد تم التقاط كرة حمراء في المرة الأولى و لم تعج إلى الوعاء؟

(2) كرة حمراء في المرة الثاثنة علما بأن الأولى لم تكن حمراء و لم تعد إلى الوعاء؟

(3) كرة حمراء في المرة الثالثة عندما نكون قد حصلنا على كرة حمراء و كرة غير حمراء في المرتين الأولى و الثانية و لم تعادا إلى الوعاء؟

التمرين 15:

ما هو احتمال الحصول على:

(1) كرتين حمراوين من الوعاء (التمرين 4) عند السحب مرتين بدون إعادة؟

(2) 2 آس عند سحب ورقتي مجموع اوراق لعب بدون إحلال؟

(3) آس زهرة و مربع على الترتيب عند سحب ورقتي مجموع اوراق لعب بدون إحلال؟

(4) 3 كرات حمراء من الوعاء (التمرين 4) عند السحب 3 مرات بدون إحلال؟

(5) 3 كرات حمراء عند السحب 3 مرات مع الإحلال؟

التمرين 16:

أظهرت التجارب الماضية أنه من بين 100000 وحدة منتجة في الفترة الصباحية هناك 200 وحدة معيبة، و أنه من بين كل 100000 وحدة منتجة في الفترة المسائية، هناك 500 وحدة معيبة. خلال كل 24 ساعة، هناك 1000 وحدة منتجة في الفترة الصباحية و 600 وحدة منتجة في الفترة المسائية. ما هو احتمال أن تكون وحدة مسحوبة من الأنتاج اليومي الكلي و قدره 600 وحدة:

(1) من إنتاج الفترة الصباحية و أنها معيبة؟

(2) من إنتاج الفترة المسائية و أنها معيبة؟

(3)من إنتاج الفترة المسائية و أنها ليست معيبة؟

(4) أنها معيبة، سواء انتجب في الفترة الصباحية أو في الفترة المسائية؟

حلول المسائل والتمارين

حل التمرين(7):

عرف و اعط بعض الأمثلة على الأحداث التي تكون:

1− متنافية الحدوث ، (2) ليست متنافية الحدوث, (3) مستقلة ، (4) غير مستقلة:

(1) يعتبر حدثان أو أكثر متنافيين أو غير مشتركين، إذا كان وقوع أحدهما يحجب وقوع الأخر (الأخرى). فإذا وقع واحد من الأحداث فإن الأخر (الأخرى) لا يقع. فمثلا، عند رمي عملة حرة مرة واحدة نحصل إما على صورة و إما على كتابة و لكن ليس الاثنان معا. و من ثم فإن الصورة و الكتابة حدثان متنافيان. و في رمية واحدة لنردة فإننا نحصل على واحد و واحد فقط من ستة نواتج ممكنة: 1، 2، 3، 4، 5، 6. فالنواتج هذه متنافية الحدوث. ورقة اللعب المسحوبة عشوائيا يمكن أن تكون من نوع واحد فقط: زهرة، مربع، سهم، قلب. الطفل المولود يكون إما ولدا و إما بنتا. و الوحدة المنتجة هي إما جيدة و إما معيبة.

(2) يعتبر حدثان (أو أكثر) غير متنافيين إذا كان من الممكن حدوثهما معا. فحدوث أحدهما لا يحجب حدوث الأخر (الأخرى). فعلى سبيل المثال ورقة اللعب المسحوبة عشوائيا من الممكن أن تكون آس و زهرة في نفس الوقت، و من ثم فإن الآس و الزهرة ليسا حدثين متنافيين بالتبادل إذ يمكننا سحب الآس الزهرة. و حيث أنه من الممكن أن يحدث تضخم و كساد في آن واحد، فإن التضخم و الكساد ليسا حدثين متنافيين.

(3) يكون حدثان (أو أكثر) مستقلين إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على أي نحو في وقوع الأخر (الأخرى). فعلى سبيل المثال، عند رمي عملة مرتين متتاليتين، فإن ناتج الرمية الثانية لا يعتمد على ناتج الرمية الأولى. و هذا ينطبق أيضا عل رميتين متتاليتين لنردة أو سحب ورقتين من مجموع أوراق لعب إذا كان هناك إعادة للورقة المسحوبة.

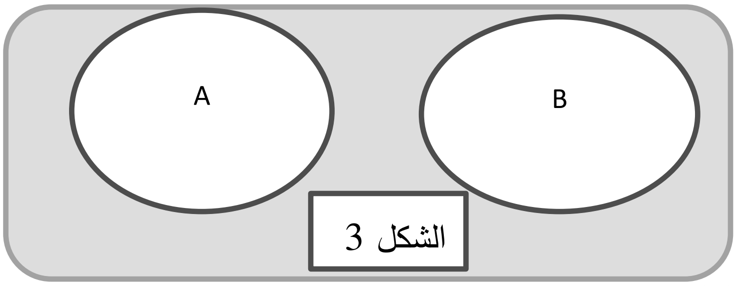
(4) يعتبر حدثان (أو أكثر) مستقلين إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على أي نحو في وقوع الآخر (الأخرى). فعلى سبيل المثال، عند رمي عملة مرتين متتاليتين، فإن ناتج الرمية الثانية لا يعتمد على ناتج الرمية الأولى. و هذا ينطبق أيضا على رميتين متتاليتين لنردة أو سحب ورقتين من مجموعة أوراق لعب و لم نعدها إليها، فإن احتمال سحب نفس الورقة في سحب نفس الورقة في السحب الثاني هو 0. كما أن الاحتمالات الأخرى تتأثر كلها، حيث أصبح في المجموعة الآن 51 ورقة فقط. و بالمثل، إذا كانت نسبة المعيب في فترة المساء

أعلى منها في فترة الصباح، فإن احتمال أن وحدة مسحوبة من إنتاج المساء تكون معيبة أعلى منه بالنسبة لإنتاج الصباح.

حل التمرين 8:

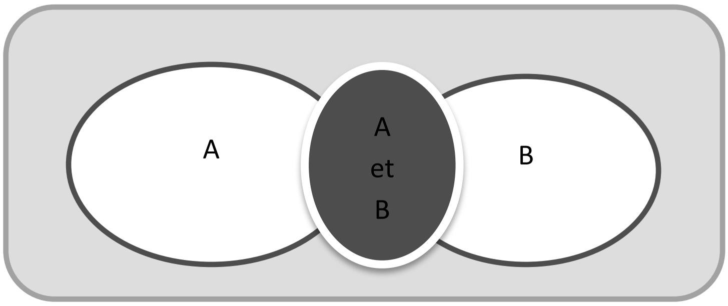
أرسم شكل فني لـ (1) الأحداث المتنافية (2) للأحداث غير المتنافية (3) هل الأحداث المتنافية مستقلة أم غير مستقلة؟ لماذا؟

(1) يوضح الشكل 3 الحدثين A و B المتنافيين



الشكل 3

(2) يوضح الشكل 4 الحدثين A و B غير المتنافيين



الشكل 4

(3) الأحداث المتنافية أحداث غير مستقلة عندما يقع واحد من الأحداث. فاحتمال وقوع الآخر يكون 0 فوقوع الأول يؤثر على (يمنع) وقوع الثاني.

حل التمرين 9 :

ما هو إحتمال الحصول على: (1) أقل من 3 في رمية لنردة غير متحيزة؟

(2) مربع أو قلب عند سحب ورقة واحدة من مجموعة عادية مخلوطة خلطا جيدا؟

(3) كرة حمراء أو زرقاء من وعاء يحتوي على 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 2 خضراء؟

(4) أكثر من 3 في رمية واحدة لنردة غير متحيزة؟

(1) الحصول على أقل من 3 في رمية واحدة لنردة غير متحيزة يعني الحصول على 1 أو 2.

و بتطبيق قاعدة الجمع للأحداث المتنافية نحصل:

$$P(1 \cup 2) = P(1) + P(2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

باستخدام نظرية المجموعات، تمت كتابة**P(1 أو 2)** في صورة مكافئة أي كما سبق **P**$(1 \cup 2)$ و تقرأ ∪ "إتحاد" بدلا عن " أو".

(2) الحصول على على قلب أو مربع عند سحب ورقة واحدة من مجموعة عادية تكون أحداثا متنافية الحدوث أيضا.

بتطبيق قاعدة الجمع نحصل على

$$P\left(C \text{ أو } Ca\right) = P(C \cup Ca) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

(3)

$$P(R \cup B) = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

(4)

$$P(4 \cup 5 \cup 6) = P(4) + P(5) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

التمرين 10

(1) ما هو احتمال الحصول على أس أو زهرة عند سحب ورقة واحدة من مجموعة أوراق لعب مخلوطة خلطا جيدا؟

(2) ما هي وظيفة الحد السالب في قاعدة الجمع، للأحداث غير المتنافية؟

(1) الحصول على أس أو على زهرة لا يكونان حدثين متنافيين لأنه يمكننا الحصول على الآس الزهرة. بتطبيق قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية نحصل على:

$$P\left(A \text{ أو } C\right) = P(A) + P(C) - P\left(A \text{ و } C\right) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

و يمكن كتابة عبارة الأحتمالات السابقة في صورة مكافئة باستخدام نظرية المجموعات كالأتي:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

حيث ∩ تقرأ " تقاطع" و تسختدم بدلا من " و".

(2) وظيفة الحد السالب في قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية هي تجنب العد المزدوج. فعلى سبيل المثال، عند حساب(P(A ou C في الجزء (1) فإن الآس الزهرة يتم عده مرتين، مرة كآس و مرة كزهرة، و من ثم فإننا نطرح احتمال الحصول على الآس الزهرة لتجنب هذا الحساب المزدوج أما إذا كان الحدثان متنافيين فإن احتمال حدوثهما معاً في آن واحد يكون 0، و لا يوجد أي حساب مزدوج. و لهذا فإن قاعدة الجمع للأحداث المتنافية لا تتضمن حدا سالبا(سلفتور،1982، 55).

التمرين 11:

ما هو احتمال (1) تضخم I أو كساد R، إذا كان احتمال التضخم 0,3 و احتمال الكساد 0,2 و احتمال التضخم و الكساد 0,06؟

(2) سحب أس، سهم، أو مربع عند سحب ورقة واحدة من مجموعة أوراق لعب؟

(1) حيث أن احتمال تضخم و كساد معا ليس 0، فالتضخم و الكساد ليسا حدثين متنافيين بتطبيق قاعدة الجمع، نحصل على :

$$P(I \text{ ou } R) = P(I) + P(R) - P(I \text{ et } R)$$

$$P(I \cup R) = P(I)\ P + P(R) - P(I \cap R)$$

$$P(I \text{ ou } R) = P(I \cup R) = 0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}06 = 0{,}44$$

(2) الحصول على آس، زهرة، أو قلب لا يشكل أحداثامتنافية لأنه يمكننا من الحصول على الآس الزهرة أو الآس القلب بتطبيق قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية نحصل على:

$$P(As \cup T \cup C) = P(As) + P(T) + P(C) - P(As \cap T) - \mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{C})$$

$$P(A \cup T \cup D) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} - \frac{1}{52} = \frac{7}{13}$$

حل التمرين 12:

ما هو احتمال الحصول: (1) 6 و 6 في رميتين لحجر نرد؟

(2) 6 على كل نردة عند رمي نردتين؟

(3) كرتين زرقاوين في سحبين متتاليين مع الإحلال من الوعاء؟

(4) 3 بنات في عائلة لديها 3 أطفال؟

(1) الحصول على 6 و 6 في رميتين لحجر نرد يمثل حدثين مستقلين. بتطبيق قاعدة الضرب للأحداث المستقلة، نحصل على :

$$P\left(6 \text{ و} 6\right) = P(6) \cap P(6) = P(6).P(6) = \frac{1}{6}.\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

(2) الحصول على 6 في كل نردة في رمية واحدة لهما يمثل حدثين أيضا حدثين مستقلين. فيكون:

$$P\left(6 \text{ و} 6\right) = P(6) \cap P(6) = P(6).P(6) = \frac{1}{6}.\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

(3) حيث أننا نعيد الكرة الأولى بعد سحبها، فإن احتمال الحصول على كرة زرقاء في السحب الثاني يكون هو نفسه كما في السحب الأول. الأحداث مستقلة ، و عليه،

$$P(\text{B et B }) = P(B \cap B) = P(B) \cap P(B) \ = P(6).P(6) = \frac{3}{10}.\frac{3}{10}$$
$$= \frac{9}{100} = 0{,}09$$

(4) إن حدث بنت، F ، عند كل ميلاد يشكل حدث مستقل، و حيث أن احتمال البنت في كل ميلاد هو 0,5، فإن:

$$P\left(F \text{ و} F \text{ و} F\right) = P(F \cap F \cap F) = P(F).P(F).P(F) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = 0{,}125$$

أي فرصة واحدة لكل 8 حالات.

التمرين 13:

(1)أسرد كل النواتج الممكنة لإلقاء نردتين في آن واحد

(2) ما هو احتمال الحصول على مجموع 5 عند إلقاء نردتين في آن واحد؟

(3) ما هو احتمال الحصول على مجموع 4 أو أقل عند رمي نردتين في آن واحد؟ أكثر من 4؟

(1) كل نردة لها 6 نواتج متساوية الامكان، و ناتج كل نردة مستقل. و حيث أن كل من النواتج الستة للنردة الأولى، يمكن أن يظهر مع أي من النواتج الستة للنردة الثانية، فإن هناك 36 ناتجا ممكنا للإثنين معا. أي أن، بفضاء العينة، n، 36 عنصرا. في الجدول 1،

العدد الأول يشير إلى ناتج النردة الأولى، و العدد الثاني يشير إلى ناتج النردة الثانية و يمكن تمييز النردتين باستخدام لونين مختلفين) يمكن توضيح العدد الكلي المكون من 36 ناتجا ممكنا باستخدام شكل الشجرة أو الشكل التتابعي(Verlant,2008,66).

جدول 1: نواتج رمي نردتين معاً

1،1	2،1	3،1	4،1	1،5	6،1
1،2	2،2	3،2	4،2	5،2	6،2
1،3	2،3	3،3	4،3	5،3	6،3
1،4	2،4	3،4	4،4	5،4	6،4
1،5	2،5	3،5	4،5	5،5	6،5
1،6	2،6	3،6	4،6	5،6	6،6

(2) من بين 36 ناتجا ممكناً و متساوي الفرصة في الحدوث، هناك 4 نواتج تعطي مجموعا قدره 5. و هذه هي : 3،2 و 4،1 و 1،4 و 2،3 و عليه فإن احتمال مجموع 5 (الحدث A)عند رمي نردتين معاً يكون:

$$P(a) = \frac{Na}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(3) الحصول على مجموع 4 أو أقل يتضمن الحصول على مجموع 2، 3، 4. هناك 6 نواتج مجموعها 4 أو أقل و هذه هي: 1،1 و 1،2 و 1،3 و 2،1 و 2،2 و 3،1 . و من ثم إذا عرفنا الحدث A بأنه الحصول على مجموع 4 أو أقل، P(A)= 6/36= 1/6 و احتمال الحصول على مجموع أكثر من 4 يساوي 1 ناقصا احتمال الحصول على مجموع 4 أو أقل. و يكون هذا:

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

حل التمرين 14:

ما هو احتمال:

(1) إلتقاط كرة حمراء ثانية من الوعاء (في التمرين 4) علما بأنه قد تم التقاط كرة حمراء في المرة الأولى و لم تعج إلى الوعاء؟

(2) كرة حمراء في المرة الثاثنة علما بأن الأولى لم تكن حمراء و لم تعد إلى الوعاء؟
(3) كرة حمراء في المرة الثالثة عندما نكون قد حصلنا على كرة حمراء و كرة غير حمراء في المرتين الأولى و الثانية و لم تعادا إلى الوعاء؟

(1) سحب كرة حمراء ثانية عندما تكون الأولى حمراء و لم تعد هو حدث غير مستقل، حيث أصبح هناك عدد 4 كرة حمراء و 5 كرة غير حمراؤ باقية في الوعاء. الأحتمال الشرطي أن الكرة الثانية حمراء بعدما تم سحب كرة حمراء في المرة الأولى و لم تعد هو
P(R/R)= 4/9

(2) الاحتمال الشرطي للحصول على كرة حمراء في المرة الثانية بعد ما تم سحب كرة غير حمراء R’ في المرة الأولى و لم تعد إلى الوعاء هو P(R/R’=5/9

(3) حيث أن كرتين إحداهما ليست حمراء تم سحبها و لم تعادا، فإنه يبقى 8 كرات في الوعاء منها 4 حمراء. الاحتمال الشرطي لالتقاط كرة حمراء اخرى هو=4/8=1/2(
P(R/R et R’

حل التمرين 15:

ما هو احتمال الحصول على:

(1) كرتين حمراوين من الوعاء (التمرين 4) عند السحب مرتين بدون إعادة؟
(2) 2 آس عند سحب ورقتي مجموع اوراق لعب بدون إحلال؟
(3) آس زهرة و مربع على الترتيب عند سحب ورقتي مجموع اوراق لعب بدون إحلال؟
(4) 3 كرات حمراء من الوعاء (التمرين 4) عند السحب 3 مرات بدون إحلال؟
(5) 3 كرات حمراء عند السحب 3 مرات مع الإحلال؟

(1) بتطبيق قاعدة الضرب للأحداث غير المستقلة نحصل:

$$P(\text{Ret R}) = P(R \cap R) = P(R).P(R/R) = \frac{5}{10}.\frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$$

(2)

$$P(A\ et\ A) = P(A \cap A) = P(A).P(A/A) = \frac{4}{52}.\frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$$

(3)

$$P(\text{AsT et Ca}) = P(AsT \cap Ca) = P(AsT).P(Ca/AsT) = \frac{1}{52}.\frac{13}{51} = \frac{13}{2652}$$

(4)

$$P(\text{Ca et AsT}) = P(Ca \cap AsT) = P(Ca).P(AsT/Ca) = \frac{13}{52}.\frac{1}{51} = \frac{13}{2652} = P(\text{AsT et Ca})$$

(5)

$$P(\text{Ret R et R}) = P(R \cap R \cap R) = P(R).P(R/R).P(R/RetR\ ) = \frac{5}{10}.\frac{4}{9}.\frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$$

(6) مع الإحلال، فإن سحب ثلاث كرات حمراء من وعاء يشكل أحداثا مستقلة. وعليه فإن،

$$P(\text{Ret R et R}) = P(R \cap R \cap R) = P(R).P(R).P(R\ ) = \frac{5}{10}.\frac{5}{10}.\frac{5}{10} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

المحور الرابع: تقنيات عرض البيانات

أولا: مدخل إلى الإحصاء الوصفي

يسمح الإحصاء الوصفي (الإحصاء الإستنتاجي) من القيام بدراسات إنطلاقا من معطيات شاملة، أي تلك التي تضم كل مفردات أو وحدات مجتمع البحث و الدراسة، ذلك يعود إلى طبيعة و نشأة هذا العلم الذي كان و لازال يُعنى بالعد.

لكن عندما لا تشمل المعطيات إلا عينة من المجتمع، مثل حالة استطلاعات الرأي، كما شرحنا من قبل في المحور الأول، فإننا نلجأ إلى الإحصاء الإستدلالي(الإحصاء الإستقرائي)، الذي يستخدم نظرية الإحتمالات.

يتناول المحور االثاني من هذه المطبوعة عددا من المفاهيم الإحصائية التي تُسهل قراءة و استخدام الإحصاء، مثل المصطلحات المعتادة، إلى جانب شكل و محتوى الجداول الإحصائية والمتغيرات المدروسة.

يعتمد علم الإحصاء، كباقي العلوم، على لغة و مصطلحات خاصة (Vocabulaire)، لذلك يجب مسبقا تعريف المجموعة موضوع الدراسة، إلى جانب الخصائص و المتغيرات المأخوذة عن مفردات مجتمع البحث و مختلف انواع الخصائص(Bressoud,2010, 5).

1. المجتمع الإحصائي

يبدو المجتمع الإحصائي سابق في وجوده على الديمغرافيا، و طُبق في الأصل على بعض فئات الناس. فلم يكن يُنظر للمجتمع السكاني ككل بكامل أجزائه و لم تك تتساوى عناصر و وحداته. فمثلا لا يتم عَدُ إلا الرجال القادرين على حمل السلاح، أو الأفراد الخاضعين للضريبة، و غير ذلك. و عند مجيئ الديمغرافيا تأسست فكرة المساواة الإحصائية للأفراد، التي أدت إلى فكرة التعدادات(Les recensements) فيما بعد.

و يقصد بمصطلح المجتمع الإحصائي في علم الإحصاء مجموعة من الناس، من الأشياء، من المدن، من الدول، من المؤسسات، من المساكن، إلخ، و هذا على نمط التعريف الرياضي للمجموعة، أين يمكن القول بكل وضوح عن أي عنصر، ينتمي أو لا ينتمي إلى المجتمع الإحصائي(Bressoud,2010,7).

فمثلا المدن الجزائرية الأكثر من 100000 ساكن، المؤسسات الصناعية، السيارات المرقمة في الجزائر، الولايات الجزائرية كلها أمثلة عن المجموعة السكانية.

في ضوء ماسبق يمكن تعريف المجتمع الإحصائي بأنه مجموعة العناصر التي ترتكز عليها الدراسة. أما عناصر المجتمع الإحصائي فتسمى مفردات إحصائية أو وحدات إحصائية. و يمثل المجتمع المجال المرجعي (L'univers de référence) للدراسة . فإذا كان المجتمع يحتوي على N من المفردات، نسجل:

$$\Omega = \{ \Omega_1 ; {}_2\Omega ; \Omega_3 ;\dots \Omega_N \}$$

حيث Ω_i تمثل بالنسبة لـ i المتغير بين 1 و N المفردات المكونة للمجتمع. أما العينة من حجم n فتمثل مجموعة جزئية مكونة من n من مفردات المجتمع ($n \leq N$) .

و تبدو فكرة العينة جوهرية باعتبار أنه في عموم الحالات لا يكون المجتمع الإحصائي متاحا و لا يمكن ملاحظته. في هذه الحالة يتم دراسة عينة واحدة و يتم استقراء و تعميم النتائج بعدها على المجتمع. فمثلا نعمل في استطلاعات الرأي على سؤال عينة من 1000 الناس في مجتمع معين عن الشخصية المفضلة لديهم، و ليس كل المجتمع الذي يقدر عادة بالملايين(سالفتور،81،1982).

2.المتغير الإحصائي

كل مفردة من المجتمع يمكن أن تُوصف بالنسبة لواحد أو عددا من الصفات أو المتغيرات الإحصائية.

يمكن تعريف المتغير الإحصائي، X، بأنه تطبيق معرف على مجتمع إحصائي يتصف بعدد من القيم في مجموعة M، مسماة بترتيباتModalités . و تشير الترتيبات إلى مجموعة القيم الممكنة للمتغير الإحصائي. و يُعرف المتغير الإحصائي بأنه تجزيئ على المجتمع، حيث كل مفردة تنتمي إلى ترتيب واحد و واحد فقط.

فإذا سُجل عدد الترتيبات بـ r، فتكون مجموعة الترتيبات للمتغير X على النحو التالي:

$$M = \{x_{1;} x_{2;} x_3; \dots ;\ x_r\}$$

مثال : المجتمع الإحصائي

لنعتبر البيانات التالية حول عدد السكان الذكور و الإناث المقيمين بالجزائر في 2016/1/1 (بالالاف)[1]:

الإناث	الذكور
20500	21200

Source :ONS, Démographie,inhttp://www.ons.dz/−Demographie−.html

[1] ONS, http://www.ons.dz/−Demographie−.html 2015.

يتمثل مجتمع الدراسة في السكان المقيمين في الجزائر في 2016/1/1 و المتغير المدروس هو الجنس. يمكن أن يأخذ هذا المتغير قيمتين تسمى تراتيب: ذكور و إناث. و ترقم عادة هذه التراتيب: فإذا سجلنا x بالنسبة لمتغير الجنس، يسجل الترتيبين على التوالي x_1 (بالنسبة للذكور) و x_2 (بالنسبة للإناث).

إن أولى عمليات الإحصاء تتمثل في حساب عدد و/أو نسبة المفردات(الأفراد) التي تمثل ترتيبا محدد للمتغير، لذلك يجب أن يُسند لكل ترتيب عددا (تكرارا) و/أو نسبة.

و يُعرف العدد (التكرار المطلق) للترتيب x_iبـ n_i ، الذي يشير إلى عدد مفردات المجتمع من الترتيب x_i . و يكون عندئذ عدد المجتمع الإجمالي n على النحو التالي:

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_r \text{ أي } n = \sum_{i=1}^{r} n_i$$

و تمثل العلاقة السابقة مجموع n_i لأجل i يتغير من 1 إلى r، و الحرف اليوناني سيجما $\sum$ الذي يعني المجموع.

أما النسبة (أو التكرار النسبي) للترتيب x_i فيسجل f_i: $f_i = n_i/N$ يمثل التكرار النسبي

القانون:

لتكن X متغير بـ r ترتيب فإن: $0 \leq f_i \leq 1$

$$\sum_{i=1}^{r} fi = 1 \; ou \; \sum_{i=1}^{r} = 100$$

مثال: الأعداد و النسب

يمكن إستعمال المثال السابق عن جنس سكان المقيمين في الجزائر. تكون أعداد هذه التراتيب على التوالي $n_2=20500$; $n_1=21200$ بـ $n=n_1+n_2=41700$ بالألاف طبعا يساوي عدد الإجمالي للسكان.

أما التكرار النسبي أو النسب فهي تسجل على النحو التالي:

$$f_1=n_1/n=21200/41700=0,5083 \; ; \; f_2=n_2/n=20500/41700=0,4916$$

أي 50,83% رجال و 49,16% نساء

ثانيا : أنواع المتغيرات الإحصائية

يضع المثال السابق محل تأكيد واحدة من خصائص المتغيرات الإحصائية: و هو المتغير النوعي. الجنس هو متغير نوعي لأن تراتيبه ليست عددا. فالمتغير الكمي هو المتغير ذو تراتيب رقمية مثل وزن شخص معين، عمره، عدد الأطفال في أسرته، أجره كلها أمثلة عن المتغيرات الكمية(Calot,1969,115).

1. المتغرات الكيفية (النوعية)

نقول عن متغير أنه من طبيعة كيفية إذا كانت تراتيبه ليست قابلة للقياس. و تعبر تراتيب المتغير النوعي عن مختلف فئات نموكلاتورا معينة. هذه الفئات ينبغي أن تكون شاملة(حيث تنتمي كل مفردة إلى ترتيب) و غير متوافقة (حيث لا ينبغي إسناد مفردة إلى عدة تراتيب) لأجل أن يكون هناك تقسيم (تجزيئ)(Bressoud,2010,45).

إن الجنس و المهنة و الحالة الزواجية و المستوى التعليمي و الانتماء الجغرافي كلها أمثلة عن المتغير النوعي. و بالنسبة للتحقيقات التي يقوم بها ديوان الإحصائيات ONS الجزائري في الأسر، عادة ما يستعمل تسمية خاصة للمهن و الفئات الإجتماعية المهنية(دوأ، 2013، 38).

لكن تراتيب المتغير النوعي (الكيفي) يمكن تصنيفها على مستويين مختلفين من المتغيرات الكيفية.

أ.المتغيرات النوعية الأسمية

هذا النوع من المتغيرات لا يمكن قياسه، بينما يمكن إعطاء رمزا خاصا لتراتيبه . فالترميز و الترتيب عمليتين اعتباطيتين حيث يكون الترميز رقميا، أو أبجديا أوكلاهما معا. وتكون مفردات (وحدات) الفئة الواحدة متكافئة بالنسبة للمتغير المدروس.

تعريف: نقول عن متغير إحصائي نوعي أنه معرف على سلم إسمي إذا كانت تراتيبه غير قابلة طبيعيا للترتيب.

مثال: ترميز متغير نوعي إسمي

يشير الجدول التالي إلى مختلف فئات المتغير الإسمي للمهن و الفئات الإجتماعية المهنية (CSP):

الترميز	الفئة
1	المزارعون
2	حرفيون، تجار و رؤساء مؤسسات
3	إطارات و مهن فكرية عليا
4	مهن وسطية
5	موظفون
6	عمال
7	متقاعدون
8	أشخاص أخرون بدون نشاط مهني

Source :Insee, PCS-2003

في هذا المثال، ليس هناك أي ترتيب طبيعي بين الفئات الثمانية، أو التراتيب، فهي مجرد بطاقات ملصقة (étiquettes) ؛ المتغير النوعي (الفئة الإجتماعية المهنية) معرف على سلم إسمي(Dodge,2005,123).

ب.المتغيرات النوعية التراتبية Ordinales

يفترض السلم التراتبي وجود علاقة ترتيب عام بين الفئات، بمعنى يمكن القيام بتصنيف لمجمل تلك الفئات، من أصغرها إلى أكبرها (و العكس بالعكس).

و على نقيض ما علمناه بالنسبة للسلم الإسمي، تبدو العبارات مثل "أكبر من"، "يسبق"، "يأتي بعد" " يأتي قبل"، إلخ. ذات معنا في سلم ترتيبي.

يكون الترميز رقميا، أبجديا أو كلاهما معا مع إعطاء معنى للقراءة. في حالة الترميز الرقمي، لا يكون للعمليات الحسابية أي معنى و لا يحمل الفرق بين القيم أي دلالة (Bressoud 2010,44).

التعريف: نقول عن متغير إحصائي نوعي أنه معرف على سلم تراتيبي إذا كانت مجموع تراتيبه تخضع لعلاقة ترتيب.

2. المتغيرات الكمية

كل متغير ليس نوعيا لا يمكن إلا أن يكون كميا. تمثل مختلف التراتيب لمتغير كمي مجموع القيم الرقمية التي يمكن أن يأخذها المتغير.

لذلك نقول عن متغير إحصائي أنه من طبيعة كمية إذا كانت تراتيبه قابلة للقياس. و تكون تراتيب المتغير الكمي عبارة عن أعداد متعلقة بالوحدة المختارة، التي يجب تحديدها مسبقا(Guilbert,2008,42).

يوجد هناك نوعين من المتغيرات الكمية: المتغيرات المنفصلة و المتغيرات المتصلة.

هذه المتغيرات تشترك في تراتيب مرتبة بصفة واضحة، اين يكون الفرق بين القيم له معناً و دلالة، كما يمكن القيام بعمليات رياضية عليها مثل حساب المتوسطات، الانحرافات و غيرها. لكن، لهذه المتغيرات خصائص و صفات محددة تحتاج إلى دراسة مستقلة (Verlant, 2008, 219).

أ.المتغيرات الكمية المنفصلة Discrètes

عندما تكون تراتيب المتغير عبارة عن قيما رقمية معزولة، مثل عدد الأطفال في الأسرة مثلا، يتعلق الأمر حينها بمتغير منفصلا.

التعريف: نقول عن متغير إحصائي كمي أنه منفصلا إذا كانت مجموع تراتيبه عبارة عن مجموعة منتهية أو قابلة للعد. على ذلك يمكن إعطاء هذه المجموعة على صيغة قائمة من الأعداد،

$$M = \{x_1; x_2; \dots x_i; \dots\dots\}$$

M منتهية أو غير منتهية

تنتمي عادة التراتيب إلى المجموعة N من الأعداد الصحيحة الطبيعية

N = {0 ; 1 ; 2 ;….}، لكن المتغير المنفصل يمكن أن يأخذ قيما غير صحيحة.

ب. المتغيرات الكمية المتصلة

عندما يكون متغير، مثل الوزن و القامة، قابل لأن يؤخذ قيما داخل فترة (مجال) معينة، حينها يمكن تجميع هذه القيم داخل فئات، و الحديث عن متغير متصل.

التعريف: نسمي متغيرا إحصائيا كميا متغيرا متصلا إذا كان مجموع تراتيبه ليست قابلة للعد. و يمكن لمتغير متصل أن يأخذ كل القيم التي يحويها مجالا معينا.

و لدراسة متغير إحصائي متصل، نعرف فئات أو مجالات للقيم الممكنة. و يمكن أن " نفصل " Discrétiser متغيرا متصلا، و تمثل الفئات المختارة تراتيب المتغير (Hesse,2005,122).

نسمي مدى الفئة $]b_i ; a_i[$ الحقيقي الذي يكتب A_i ممثلا لطول المجال و معرف

بـ: $A_i = b_i - a_i$

b_i، a_i هما على التوالي الحدود الأعلى و الادنى للفئة n_i.

أما مركز الفئة $]a_i ; b_i[$ فهو الحقيقي المسجل x_i الذي يمثل وسط هذا المجال و معطى على النحو التالي: $x_i=(a_i+b_i)/2$ ؛ أي الوسط الحسابي لحدود الفئة.

و يلعب مركز الفئة دورا كبيرا في الحسابات المختلفة، لأن تجميع الفئات يفقدنا كثيرا من المعطيات؛ لذلك يجب إفتراض توزيعا منتظما داخل الفئات، بمعنى تمركز حول وسط الفئة(حلمي، 1994، 101).

مثال : حساب مدى الفئات و مراكز الفئات

العمر	n_i	f_i %
أقل من 15 سنة	5915607	29,2
15-24 سنة	3397975	16,8
25-34 سنة	3755219	18,5
35-44 سنة	2764699	13,5
45-54 سنة	1952676	9,6
55-64 سنة	1298940	6,4
65-74 سنة	675632	3,3
75 سنة فأكثر	474456	2,3
إجمالي	20235204	100

Source :ONS,Démographiealgérienne,2015 in :http://www.ons.dz/img/pdf/demographie2015.pdf

تمثل التراتيب هنا مجالات، تعريفا، فئات– ما عدا الفئة الأخيرة– مغلقة عن اليمين و مفتوحة عن اليسار، الفئة الأولى تكتب: [0؛15[، الثانية [15؛25[، إلخ.

لا تتمتع الفئات بنفس الطول، الفئة الأولى مداها يساوي 15 سنة، أما الفئات الباقية فهي بمدى 10سنة. أما بالنسبة للفئة الأخيرة، حيث المدى ليس محددا، يمكن أن نتفق على مايلي: في حالة غياب معطيات، ننسب إليها مدى الفئة السابقة، [65؛75[، أي 10 سنوات، و تكتب بالتالي : [75؛85[.(Caron,2002,390)

أما مركز الفئة الأولى فهو: سنة $x_1 = (a_1 + b_1)/2 = (0+15)/2 = 7,5$

قد يكون التفريق بين المتغير المنفصل و المتغير المتصل، أحيانا، إعتباطيا، لأن كل قياس هو منفصل بحسب الدقة المحدودة لوسائل القياس أو التقريبات. بينما، يمثل طول شخص معين، متغيرا متصلا، بغض النظر عن وسائل القياس، و يأخذ قيمة في مجال معلوم [140؛150[بالسنتيمتر. نفس الطريقة، يمكن إعتبار متغيرا منفصلا، مثل عدد سكان البلد، الذي يمكن أن يأخذ قيما كبيرة في مجال، كمتغير متصل(Roussel,1973,69).

كخلاصة، يمكن القول أن أي دراسة لمتغير إحصائي يجب أن تسبق بتعريف واضح للمجتمع المدروس، للمواصفات المدروسة و طبيعتها، أي كيفي أو كمي و كذلك منفصل أو متصل في حالة المتغير الكمي.

ثانيا. التمثيل البياني لسلاسل المتغير

لقد كان روني ديكارت R Descartes (1596 – 1650) أول من عمل على وضع، على قاعدة الإحداثيات، الرسوم البيانية الإحصائية. و تمثل هذه الرسوم و الاشكال خلاصة بصرية جد مهمة لفهم معطيات الجدول الإحصائي(piatier, 1962,66).

وتعتمد الأشكال على طبيعة المتغير. و لذلك سنستعمل ، لتمثيل التوزيعات التكرارية (أو النسببية)، المخططات الدائرية، مخططات الأشرطة ، Diagrammes en tiyaux d'orgues ، مخططات الأعمدة Diagrammes en bâtons، المدرجات التكرارية و المضلعات التكرارية (Histogrammes et polygones des fréquences).

و من أجل تمثيل التكرارات أو النسب المجمعة صاعدة أو نازلة، نستعمل المضلعات التكرارية.

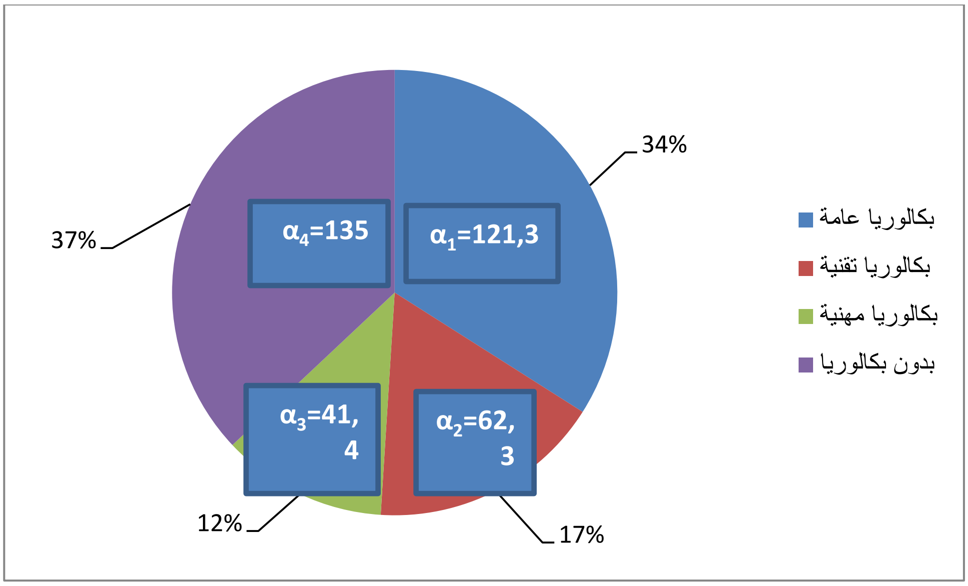
1.أشكال المتغيرات النوعية: يمكن تمثيل المتغيرات النوعية، إسمية أو ترتيبية، إختياريا باستعمال المخطط الدائري(الدائرة النسبية) أو باستعمال مخطط الأشرطة.

أ. المخطط الدائري: المخطط الدائري او الدائرة النسبية يسمح بتمثيل توزيع متغير على دائرة التي تمثل 100% من تراتيب المتغير .

التعريف: المخطط الدائري هو مخطط مكون من دائرة مقسمة إلى قطاعات تكون فيها الزوايا في المركز متناسبة مع التكرارات (أو النسب). مساحة كل قطاع داخل الدائرة متناسبة مع العدد (التكرار)(Bressoud,2010,60). الزاوية α_i لترتيب من التكرار i يُعطى بالدرجات عن طريق العملية التالية :

$$\alpha = \frac{n_i}{n} * 360 = f_i * 360$$

شكل :مخطط دائري: نسب الحاصلين على البكالوريا في فرنسا سنة 2005

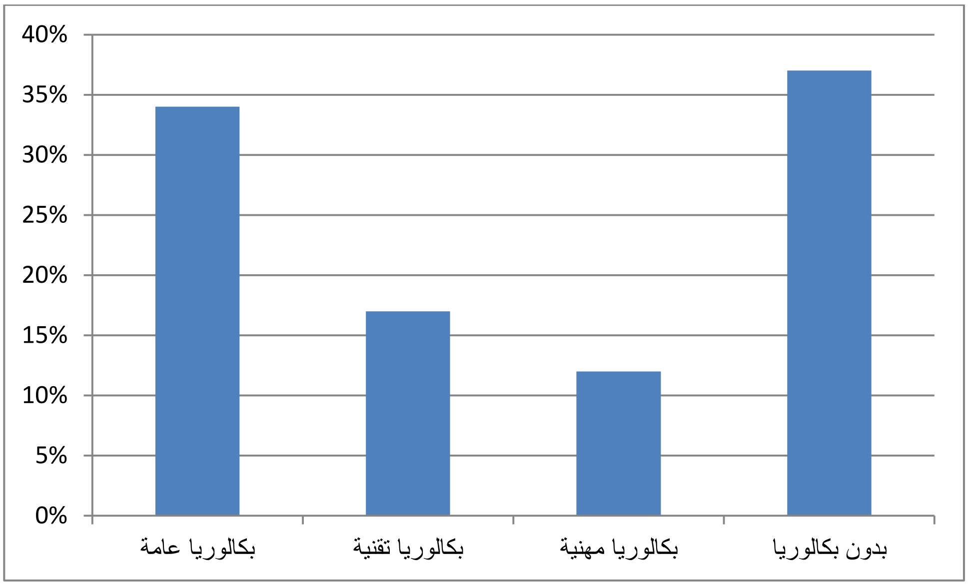


ب. مخطط الأشرطة

يستعمل مخطط الأشرطة لتمثيل توزيع متغير بنصب مستطيلات أفقية أو عمودية بقاعدة موحدة دون أن تكون لقواعدها أي معنى.

التعريف: مخطط الأشرطة هو شكل بياني يلحق بالنسبة لكل ترتيب من متغير معين و مستطيل لكل متغير بين كل ترتيب ذو قاعدة ثابتة و يكون فيه ارتفاع المستطيل متناسبا مع التكرار (أو النسبة). يعني ذلك أن مساحات القطاعات متناسبة مع الأعداد(التكرارات). تكون المستطيلات عادة منفصلة عن بعضها البعض، عمودية أو أفقية(Vessereau,1962,82).

شكل : مخطط الأشرطة (بالنسب المئوية) للحاصلين على البكالوريا و غير الحاصلين في فرنسا سنة 2005.



2.أشكال المتغيرات الكمية

إن التمثيل البياني لمتغير كمي يعتمد على طبيعة هذا الأخير: منفصل أم متصل.

أ. مخطط الأعمدة Diagrammes en bâtons

يمكن تمثيل أي توزيع لمتغير كمي منفصل عن طريق مخطط الأعمدة

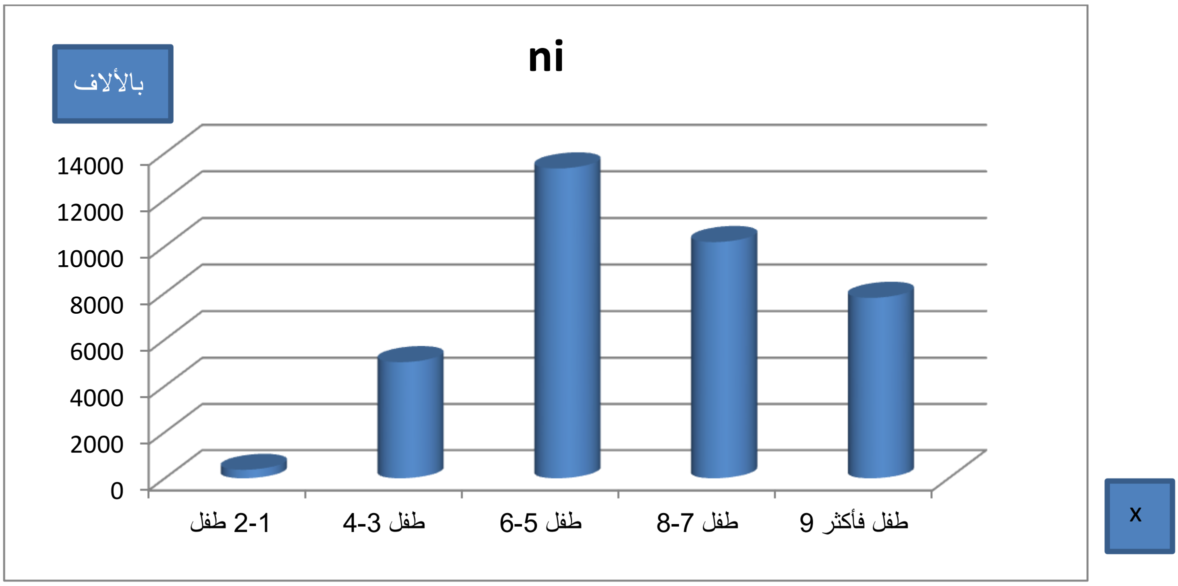
مخطط الأعمدة هو شكل بياني يربط بين كل ترتيب من متغير كمي منفصل مع شريحة (عمود)، إرتفاعها متناسب مع عدد أو تكرار (أو النسبة)هذا الترتيب

شكل: مخطط الأعمدة لأعداد السكان (عدد الافراد في الأسرة المعيشية)

حجم الاسرة المعيشية	التكرار
1-2 شخص	367189
3 – 4 شخص	5029609
5 – 6 شخص	13344458
7 – 8 شخص	10185500
9 شخص فأكثر	7790244
إجمالي	36717000

Source : ONS, Collections Stastiques N° 183, Séries Statistiques Sociales

in : Dépenses de consommation des ménages algériens en 2011
www.ons.dz/IMG/pdf/consfinal.pdf



ب. المدرج التكراري

- في سنة 2011 ، كان سكان الجزائر 36 مليون ساكن، أما اليابان فـ 127 مليون. لكن هذه المعطيات لوحدها تبدو قليلة جدا لمقارنة كلا البلدين: يجب إذن توفير معطيات عن مساحة البلدين و حساب الكثافة السكانية لكل منهما، بما يعني عدد السكان في الكيلومتر المربع الواحد(Ons,2011, 25). و باعتبار مساحة 377944 كلم^2 لليابان و 2381741 كلم^2 للجزائر، تكون الكثافتين على التوالي :

d_1=127000 000/378000=336,02 h/km^2 ,d_2= 36000 000/2 381 741=15,11 h/km^2

بينما لو أخذنا بلد أو منطقة اخرى ذات مساحة أقل مثل تونس أو غيرها حيث بلغ عدد سكانها سنة 2005 ، 10026000 ساكن و مساحة مقدرة بـ 163610 كلم^2 :

$$d_3=10\ 026\ 000/163\ 610=61{,}28\ h\ /km^2$$

بما يعني أنه رغم قلة عدد سكان تونس مقارنة بالجزائر إلا أن الكثافة السكانية فيها أكبر من الكثافة في الجزائر.

تبدو فكرة الكثافة أساسية بالنسبة للمتغيرات المستقلة: فلا يجوز مقارنة أو تمثيل فئات غير متماثلة جنبا إلى جنب ، أي ليس لها نفس المدى أو الطول دون اللجوء إلى الكثافة. و يبدو أن مبدأ الكثافة لابد منه عند إنجاز المدرجات التكرارية(Le bras, 2000, 225).

تعريف: المدرج التكراري هو عبارة عن مخطط مكون من مستطيلات متجاورة بمساحات متناسبة مع الأعداد أو التكرارات(أو النسب)، و بقواعد محددة بالنسبة لمجالات فئات التوزيع.

في حالة متغير كمي متصل، نُعرف كثافة التكرار أو العدد d_i لفئة بتكرار n_i و مدى(إتساع) a_i ، كما يلي: $d_i=n_i/a_i$ (أو، في حالة النسبة $d_i=f_i/a_i$).

لإنجاز مدرج تكراري يجب التمييز بين حالتين:

1. إذا كان مدى الفئات نفسه بالنسبة لكل الفئات، يكون إرتفاع المستطيلات متناسب مع التكرار (أوالنسبة) في الفئات.
2. إذا كان مدى الفئات غير متساو، في هذه الحالة، لابد من:

- حساب بالنسبة لكل فئة المدى a_i ؛
- حساب الكثافة $d_i=n_i/a_i$ بالنسبة لمدرج تكراري ، و $d_i=f_i/a_i$ بالنسبة لمدرج تكراري نسبي؛
- تعيين لكل مستطيل إرتفاع متناسب مع الكثافة d_i للفئة المناسبة.

لتكن $min(A_i)$ أصغر مدى لفئات التوزيع، عندها يسمى الارتفاع" التكرار المُصَحَح"، و يُكتب : $n_ic=d_i *min(A_i)$ ؛ و ذلك بالاعتماد على معطى $min(A_i)$ كوحدة مشتركة بالنسبة لفئات التوزيع. فالفئات التي هي أصلا تساوي $min(A_i)$ يتم تمثيلها عن طريق مستطيلات يتناسب ارتفاعها مع التكرار. و بنفس الطريقة، من الممكن تمثيل نسب بارتفاع وفق نسب مصححة $f_ic= d_i *min(A_i)$، مع $d_i=f_i/a_i$ و هذا في حال المدرج التكراري النسبي. إن إستعمال $min(A_i)$ هو معطى اختياري ؛ حيث أن المدرج التكراري يبقى صحيحا مادامت التكرارات (أو التكرارات النسبية) المصححة متناسبة مع الكثافة (Roussel, 1973,27,28).

بعض الملاحظات :

أ. نعتمد في المدرج التكراري على مساحات المستطيلات لمقارنة التكرارات ،بينما نعتمد على ارتفاعها لمقارنة الكثافة.

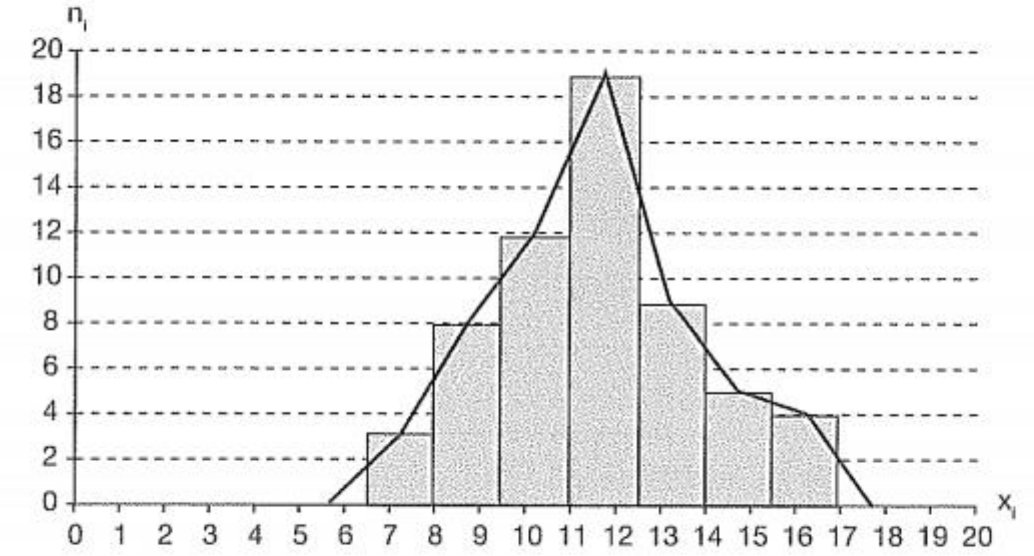
ب. يمكن كتابة كثافة التكرار بشكل أخر: $n_i=a_i*d_i$ ، و هي معادلة تسمح بتقدير تكرار مجال معين، مع فرضية توزيع متساو(منتظم) داخل الفئات.(Delecroix, 1983,48)

مثال: كيفية إنجاز مدرج تكراري و مظلع تكراري

أخذ مسؤول الموارد البشرية في مؤسسة ما التوزيع الإحصائي التالي حول أقدمية الإطارات في المؤسسة ، بالسنوات:

التكرار n_i	الفئات
3	]8 ؛6,5]
8	]9,5 ؛8]
12	]11؛9,5]
19	] 12,5 ؛11]
9	] 14 ؛12,5]
5	]15,5 ؛14]
4	]17 ؛15,5]
60	إجمالي

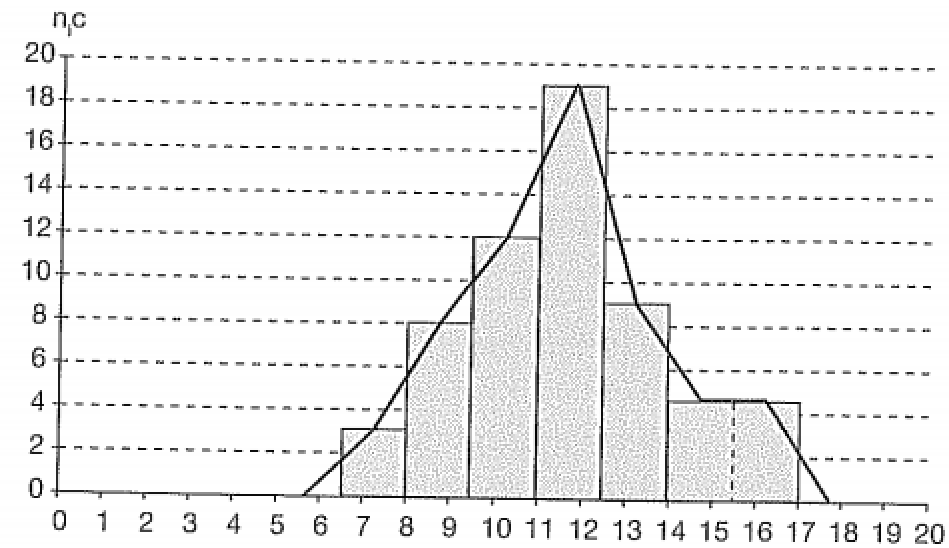
شكل: المدرج والمضلع التكراري، بفئات متساوية للأقديمة عند الاطارات في المؤسسة



لو أجرينا تغييرا بسيطا عن طريق تجميع الفئتين الأخيرتين في واحدة، فإن هذا التجميع سيسمح لنا بالعمل على حالة توزيع بفئات غير متساوية، لأن الفئة الأخيرة يصبح لها مدى بـ 3 سنوات مقابل 1,5 سنة بالنسبة للفئات الأخرى.(Delecroix, 1983,52)

شكل: مدرج ومضلع تكراري بفئات غير متساوية

الفئات	التكرار n_i
[6,5؛ 8[	3
[8؛ 9,5[	8
[9,5؛11[	12
[11؛ 12,5 [	19
[12,5؛ 14 [	9
[14؛ 17[	9
إجمالي	60



السؤال الذي يطرح نفسه هو كيف العمل على رسم المدرج التكراري،في هذه الحالة، ثم كيف نقدر عدد أو نسبة الإطارات الذين لهم أقدمية بين 10 و 14,75 سنة.

و حيث أن أطوال الفئات متباينة، فمن اللازم حساب المدى (A_i)، و الكثافة (d_i)، ثم التكرارات المصححة (n_ic) بالنسبة لكل فئة، كمايلي في الجدول:

جدول: حساب التكرارات المصححة في حالة تباين مدى الفئات وفق نظام Excel

الفئات	n_i	a_i	d_i	n_ic
[6,5; 8[	3	1,5	2	3
[8; 9,5[	8	1,5	5,33	8
[9; 11[	12	1,5	8	12
[11; 12,5[	19	1,5	12,67	19
[12,5; 14[	9	1,5	6	9
[14; 17[	9	3	3	4,5
إجمالي	60			

من خلال معطيات الجدول السابق يمكن تسطير المدرج التكراري المصحح و معه المظلع التكراري، هذا الأخير يكون بخط متواصل.

للإشارة يمكن القيام بنفس العمل بالنسبة للمدرج التكراري النسبي و تسطير المدرج الكراري و المضلع التكراري النسبي.

الجدول: التكرارات المقدرة و الشدة

المجال	a_i	d_i	n_ie
10; 11	1	8	8
11; 12,5	1,5	12,67	19,005
12,5 ; 14	1,5	6	9
14; 14,75	0,75	3	2,25
إجمالي			**38,255**

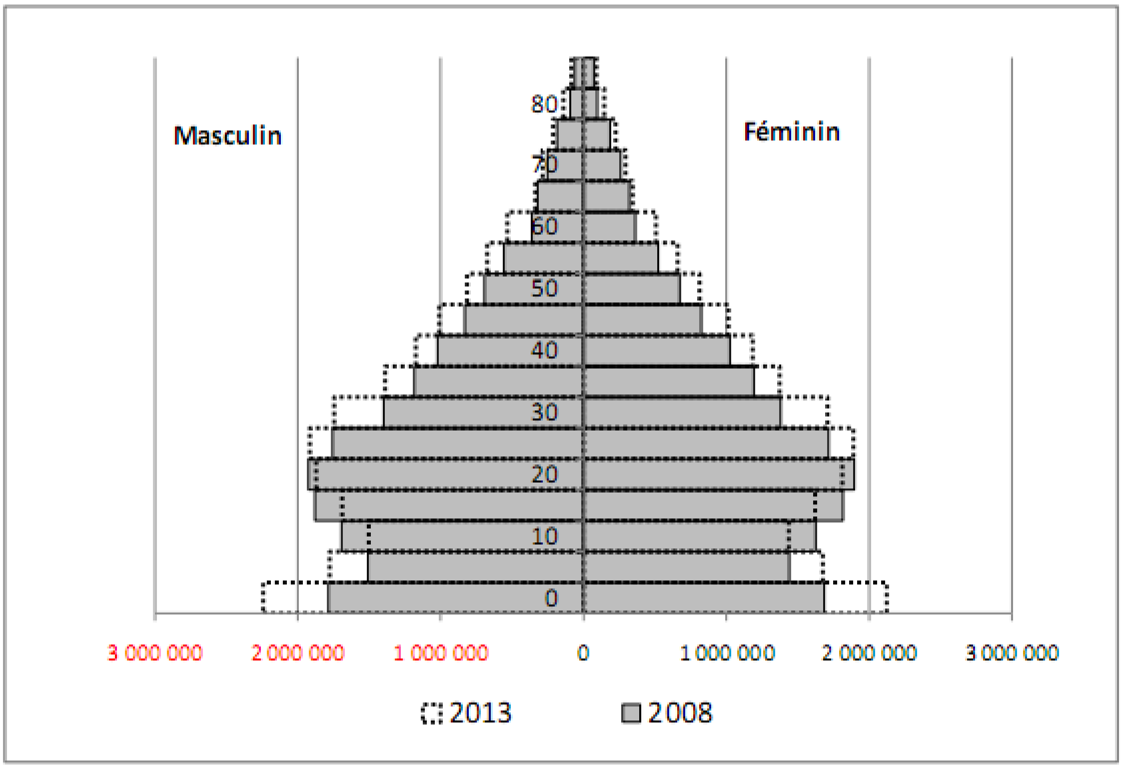
و من هنا يمكن تقدير النسبة المطلوبة: 38,255 / 60=0,6375 أو 63،75 % .

ج. هرم الأعمار

لا يمكن الحديث عن المدرج التكراري دون تقديم هرم الإعمار كأحد أشهر الامثلة عنها.

لكن هذا النوع من المدرجات، أين نجري عليها تبديلا(بحيث تصبح الفئات على مستوى التراتيب و التكرارات على مستوى الفواصل)، يُستعمل كثيرا في الديمغرافيا و الدراسات السكانية. تكون الفئات بسنوات الإعمار، بينما مساحات المستطيلات تمثل عدد الرجال و النساء الأحياء خلال يوم الملاحظة المعتبر(Roussel, 1973, 191).

شكل: هرم الأعمار



Source :Andi, Démographie algérienne, 2015. in :
http://www.andi.dz/index.php/fr/statistique/demographie-algerienne-2015

د. المخططات التجميعية

عندما يتعلق الأمر بالمتغير المتصل، يمكن حينها تعريف المنحنى المتجمع النسبي (أو التكراري) الصاعد أو النازل؛ كما يمكن استعملهما في تحديد الوسيط بالنسبة للتوزيع.

المنحنى النسبي المتجمع الصاعد يبدأ عن نقطة إحداثيتي $(a_i \,;\, 0)$، لأن نسبة القيم الأقل من a_i معدومة. و يحصل عليه عن طريق ضم نقاط الإحداثيات $(b_i \,;\, f_icc)$ – الذي يناسب

حصر دالة التوزيع la fonction de répartition لقيم x الأقل أو تساوي الحد الأعلى لأخر فئة.

أما المنحنى النسبي المتجمع النازل فنحصل عليه بنفس الطريقة، بمحاذاة نقاط الاحداثيات $(b_r ; 0)$ لأن b_r تُعين الحد الأعلى لأخر فئة، و نسبة القيم الأعلى من b_r معدومة.

مثال : كيفية إنجاز المنحنى المتجمع النسبي الصاعد و النازل

يعطي الجدول التالي الهيكلة العمرية للسكان في الجزائر:

0 – 14 سنة	15 – 24 سنة	25 – 64 سنة	65 سنة فأكثر
%29,2	%16,8	%48	%6

Source :ONS,Démographie algérienne,2015 in :http://www.ons.dz/img/pdf/demographie2015.pdf

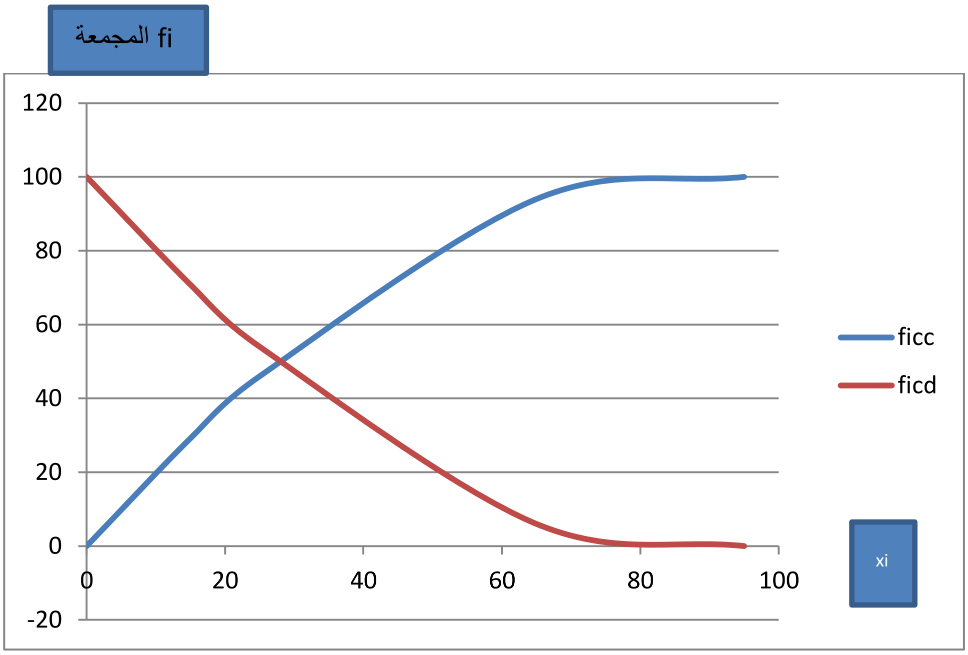
يتم في مرحلة أولى حساب النسب المجمعة الصاعدة و النازلة ثم تبوب حتى تناسب حدود الفئات

جدول : بيانات المنحنى النسبي المتجمع الصاعد و النازل

الفئات	التكرار النسبي f_i	حدود الفئات	f_icc	f_icd
		0	0	100
[0 ; 15[	29,2	15	29,2	70,8
[15; 25[	16,8	25	46	54
[25; 65[	48	65	94	6
[65 et +[	6	95	100	0

انطلاقا من هذه المعطيات، يمكن رسم المنحنى المتجمع النسبي الصاعد و النازل.

شكل: المنحنى النسبي المتجمع الصاعد و النازل



من خلال ما سبق يجب أن نتذكر أهمية المصطلحات. يجب أن نتعرف، في سياق أي تمرين، عن المجتمع السكاني، المتغيرات المدروسة و طبيعتها: نوعية، كمية منفصلة أو كمية متصلة. يجب أن نسجل أن المتغير المنفصل و المتصل في الإحصاء كما في الإحتمالات، يتطلب تحليلا و معالجة خاصة؛ فيما يخص المتصل، يجب أن نسجل أهمية فكرة الكثافة. و من جهة أخرى، و مهما قلنا عنها، فلن نعطي التمثيلات البيانية حقها من الأهمية في الإحصاء؛ لذلك يجب التأكيد على أهمية التحكم في المدرجات و المنحنايات التكرارية (أوالنسبية) المتجمعة الصاعدة و النازلة (Verlant, 2008,10).

رابعا – مسائل و حلول

التمرين 1: من البيانات الخام إلى التمثيل البياني

تتكون القائمة التالية من أسماء مجموعة من الطلبة، متبوعة بأقواس مفتوحة وضع داخلها عدد الأفلام المشاهدة من طرف كل واحد منهم خلال الشهر الأخير:

بلعيد(3)، بدرالدين(2)، جمال (2)، رشيد(3)، أدم (1)، سيدوني(2)، همام(0)، بريزة (1)، (2)، لويزة (2)، كريم (0)، كريمة(3)، فاطمة الزهراء (0)، يمينة (3)، منال (2)، أكلي (3)، سمية (3)، وناسة (2)، دهية (1)، عمر (1).

1. حدد:

أ. المجتمع المدروس

ب. المتغير المدروس

2. وضح:

أ. طبيعة المتغير

ب. ترتيبات المتغير

3. قم ببناء الجدول الإحصائي التكراري المناسب للتوزيع

4. مثل بيانيا التوزيع التكراري عن طريق مخطط الإعمدة

الحلول

1. أ. المجتمع المدروس هو مجموعة من الطلبة.

ب. المتغير المدروس X = " عدد الافلام المشاهدة من طرف كل واحد منهم خلال الشهر الأخير".

2. أ. المتغير المدروس كمي منفصل

ب. المجموعة M من الترتيبات هي $M=\{0 ؛ 1؛ 2؛ 3\}$

3. الجدول الإحصائي المناسب يتكون من عمودين:

- العمود الأول يحوي الترتيبات x_i للمتغير X .
- العمود الثاني يحوي التكرارات n_i المناسب لكل ترتيبة من الترتيبات.

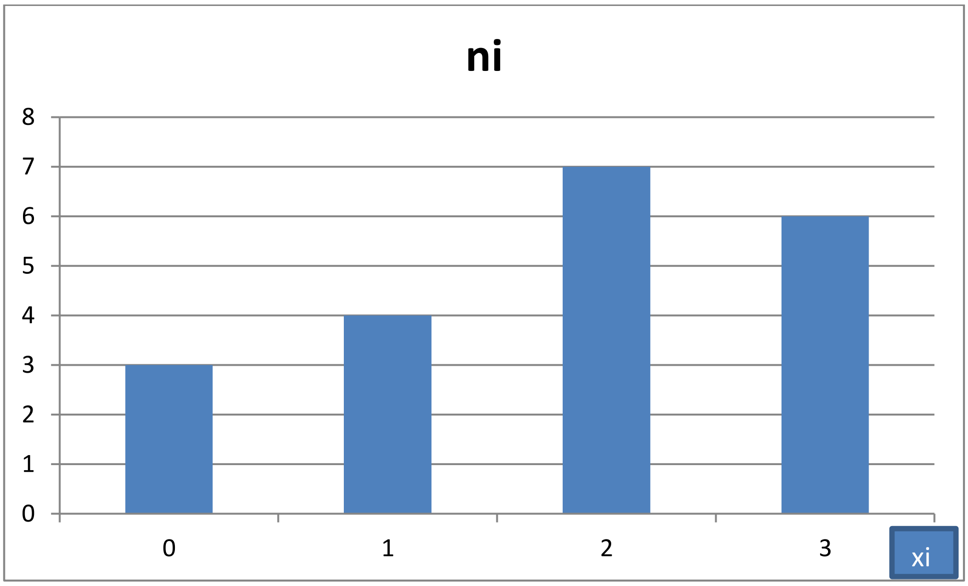
الجدول المناسب لـ X هو كالأتي:

x_i	n_i	$n_i cc$	$n_i cd$
0	3	3	20
1	4	7	17
2	7	14	13
3	6	20	6

مجموع التكرارات العام هو

$$n = \sum_{i=1}^{4} ni \, , soit \; n = 20$$

4. مخطط الأعمدة للتكرارات



بالتوفيق

أ. العلمي